

F. Mannewitz

Baugruppenfunktions- und prozessorientierte Toleranzaufweitung (Teil 1)

Sub-Assembly Functionality and Process-Oriented Tolerance Expansion (Part 1)

Inhalt Technische Baugruppen werden in ihrer Funktion durch das Zusammenwirken der einzelnen Bauteile beeinflusst. Bezogen auf die Bauteiltoleranzen bedeutet dies, dass die Funktionstoleranz aus den Einzeltoleranzen resultiert. Damit kommt der Festlegung der Einzeltoleranzen eine bedeutende Aufgabe zu. Toleranzfestlegung für Bauteile, was heißt das? Die Toleranzfestlegung bietet drei Alternativen. Erstens, die Übernahme von Toleranzen aus bereits bestehenden Konstruktionen. Zweitens, die Festlegung nach Erfahrungswerten. Und schließlich drittens, die Berechnung der Toleranzen. Die richtige Toleranzfestlegung ist anhand der genannten Alternativen nur in der Berechnung der Toleranzen gegeben. Hierbei wird basierend auf der Funktionsmaßvorgabe für die zu berechnende Baugruppe die eigentliche Toleranzanalyse durchgeführt. Vor der eigentlichen Toleranzberechnung des Funktionsmaßes müssen den funktionsbeeinflussenden Gliedern einer Maßkette Toleranzen zugewiesen werden. Die Größenordnungen der Einzeltoleranzen sind in der Regel durch die Erfahrungswerte des Entwicklers geprägt. Diese subjektive Toleranzfestlegung führt dann oftmals zu nicht wirtschaftlich einzuhaltenden Toleranzvorgaben. Mit dem hier vorliegenden ersten Teil soll dieser Beitrag zunächst auf die Auswirkungen und die Bedeutung von unterschiedlichen Einzeltoleranzen in einer Maßkette aufmerksam machen. Und darüber hinaus dem Entwickler aufzeigen, auf welche Randbedingungen bei der Toleranzfestlegung zu achten sind.

Abstract *The functionality of technical sub-assemblies is influenced by the interaction of their individual components with one another. With respect to component tolerances, this means that the functionality tolerance is a result of the sum of the individual tolerances. Thus the determination of individual tolerances plays an important part. What does "determination of component tolerances" actually involve? There are three possible courses open here. Firstly, the adoption of tolerances from constructions which already exist. Secondly, determination may be based on data gained by experience. Thirdly, of course, there is calculation of the dimensions of tolerances. Taking these three courses into consideration, correct tolerance determination is only possible using calculation of the tolerances. In this case, the tolerance analysis proper is conducted on the basis of the functional dimensions specified for the sub-assembly in question. Before actually calculating the tolerance for the functional dimension, tolerances must be assigned for all links of a dimension chain which influence the functionality. The orders of magnitude for individual tolerances usually rely heavily on previous values experienced by the development engineer. Consequently, this subjective determination of tolerances often leads to the laying down of tolerances which cannot be complied with in an economically viable way. The first part of this piece is intended to draw attention to the effects and significance of various individual tolerances in a dimension chain. Furthermore, it should show development engineers which boundary conditions apply when laying down tolerances.*

1 Einleitung

Welcher Entwickler kennt es nicht, dass er für die funktionsbeeinflussenden Glieder seiner Konstruktion die richtigen Toleranzen bestimmt, um die Baugruppenfunktion bei allen Extremlagen immer sicherzustellen. Die primäre Sicht des Entwicklers ist damit die Funk-

tionserfüllung und weniger die fertigungstechnische Einhaltung dieser Toleranzvorgaben. Dieses führt dann bei komplexen Systemen wie auch bei kleinen Funktionstoleranzvorgaben zu kostenintensiven Bauteilfertigungen.

Um die alternativen Lösungsansätze der unvollständigen Austauschbarkeit, nämlich die Gruppenaustauschbarkeit, Selektionspaarung

Autor

Dr.-Ing. Frank Mannewitz
Geschäftsführer

casim Ingenieurleistungen GmbH & Co. KG
Heinrich-Hertz-Straße 3b
34123 Kassel
E-Mail: mailks@casim.de
www.casim.de

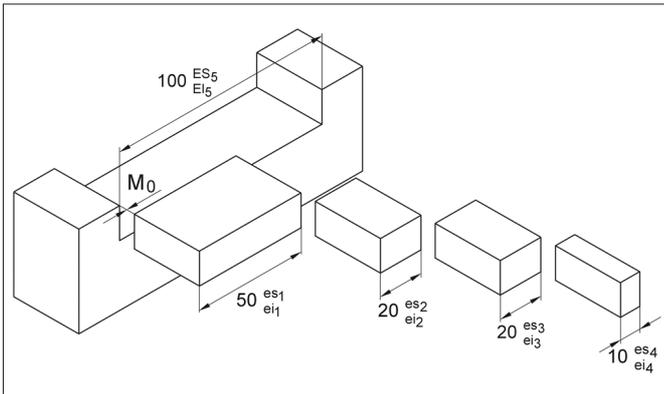


Bild 1.1
Fünfgliedrige Maßkette an einem Baukastensystem

oder Kompensationsmethode nicht nutzen zu müssen, bleibt dem Entwickler nur die Vergabe von kleinen und damit kostenintensiven Einzeltoleranzen.

Aber selbst die starke Einengung von Toleranzen bewirkt nicht automatisch die Sicherstellung der Baugruppenfunktion. So zeigt die Praxis oft eine Art von Gießkannenprinzip bei der Toleranzeinengung. Immer mit dem Ziel, alle Einzeltoleranzen einer Maßkette einzuengen, um die Baugruppenfunktion prozesssicher einzuhalten. An dieser Stelle ist die Frage erlaubt: Wird die Baugruppenfunktion tatsächlich durch die Einengung der Einzeltoleranzen prozesssicher eingehalten?

Wichtig ist die Kenntnis der Einflussgröße eines jeden Maßkettengliedes, Stichwort Beitragsleister. D.h. der prozentuale Anteil, den eine Einzeltoleranz auf die Baugruppenfunktion tatsächlich ausübt. Mit deren jeweiliger Kenntnis könnte dann zielgerichtet eine notwendige Toleranzeinengung vorgenommen werden.

Diese sinnvolle Vorgehensweise als umfassender Lösungsansatz zur Toleranzfestlegung ist nur dann erfüllt, wenn neben der „Worst-case“-Betrachtung bezüglich der Baugruppenfunktion auch die statistische Auswirkung in der Montage berücksichtigt wird. So hat sich in den letzten Jahren zunehmend die statistische Toleranzanalyse als geeignetes Werkzeug für die Entwicklung durchgesetzt, um die prozesssichere Serienfertigung abzubilden und abzuschätzen.

Dieser Beitrag wird zeigen, dass die Einflussgrößen der einzelnen Glieder in einer Maßkette durchaus sehr unterschiedlich sein können. Deshalb wird dem Leser ein Berechnungsweg aufgezeigt, mit dem die jeweiligen Einflüsse quantifizierbar sind, um hiernach zielgerichtet Toleranz- oder Prozessparameteränderungen vorzunehmen.

2 Mathematische Abbildung von linearen und nichtlinearen Maßketten

Das Zusammenwirken von einzelnen tolerierten Bauteilen M_i , die eine technische Bau-

gruppenfunktion M_0 beeinflussen, wird in der Regel in Form einer Maßkette beschrieben. In der DIN 7186 T1/2 wird die Baugruppenfunktion als „Schließmaß M_0 “ bezeichnet.

Eine Maßkette läßt sich im Allgemeinen durch die Funktion Gl. (1.1) beschreiben.

$$M_0 = f(M_1, M_2, \dots, M_k) \quad (1.1)$$

Wenn sich die Maßkette in der Ebene oder im Raum als geschlossener Vektorzug darstellt, spricht man von einer mehrdimensionalen, bzw. nichtlinearen Maßkette.

$$M_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot M_i \quad (1.2)$$

So werden in Gl. (1.2) die nichtlinearen Einflüsse der jeweiligen tolerierten Einzelmaße M_i auf das Schließmaß M_0 durch die Linearitätskoeffizienten α_i berücksichtigt, z.B. beim trigonometrischen oder Hebelwirkungseinfluss von Einzelmaßen.

Sind die Linearitätskoeffizienten einer Maßkette ausschließlich ± 1 , dann spricht man von einer eindimensionalen bzw. linearen Maßkette.

Eine klassische lineare zweigliedrige Maßkette ist die Welle/Nabe-Verbindung zur Ermittlung des radialen Funktionsmaßes Spiel-, Press- oder Übergangspassung.

Sowohl bei den linearen wie auch nichtlinearen Maßketten ist ein Maß positiv, wenn sich bei einer Vergrößerung des Maßes M_i das Funktionsmaß M_0 ebenfalls vergrößert. Und anderenfalls negativ, wenn sich bei einer Vergrößerung des Maßes M_i das Funktionsmaß M_0 verkleinert [1].

In [9] wird darüber hinaus von einer „dreidimensionalen Toleranzanalyse“ gesprochen, in der unter Berücksichtigung aller Toleranzarten, einschließlich der Allgemeintoleranzen, sowie deren Wechselwirkungen unter Beachtung der Tolerierungsgrundsätze eine Toleranzanalyse durchgeführt wird. Diese Art der Toleranzanalyse wird von den komplexen Softwaretools zur Toleranzanalyse angewandt. Hierbei wird mittels eines stochastischen Algorithmus, in der Regel das Monte-Carlo-Verfahren,

eine Variation der Geometrieparameter in der Größenordnung ihrer jeweiligen Toleranz vorgenommen. Dies geschieht mit einer hinreichend großen Anzahl von Simulationen. Allen Vermutungen zum Trotz, beinhaltet diese Art der dreidimensionalen Toleranzanalyse ebenfalls eine mehrdimensionale, bzw. nichtlineare Maßkette, welche mit dem nachfolgend gezeigten Lösungsansatz ebenfalls berechnet werden kann.

Für die Ermittlung von Linearitätskoeffizienten steht ein allgemein gültiger Lösungsweg zur Verfügung, nämlich die Linearisierung von Funktionen mittels dem „totalen Differential“ [8]. Hierbei wird die Funktion $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ in der unmittelbaren Umgebung des Flächenschwerpunktes $P(x_0, y_0, z_0)$ durch eine lineare Funktion ersetzt, nämlich das totale Differential der Funktion Gl. (1.3).

$$\Delta y = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x_{0i}} \cdot \Delta x_i \right) \quad (1.3)$$

Die partiellen Ableitungen 1. Ordnung werden für den Flächenschwerpunkt P , auch Arbeitspunkt genannt, gebildet. Und die Δx_i sind die „kleinen“ Abweichungen gegenüber dem Arbeitspunkt. Dementsprechend gilt für die Linearisierung der Zielgröße $M_0 = f(M_1, M_2, \dots, M_k)$ nach Gl. (1.4):

$$dM_0 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial M_0}{\partial x_i} \Big|_{N_1, \dots, N_k} \cdot dx_i \right). \quad (1.4)$$

Hiernach resultiert die Änderung von M_0 aus der Summe der Produkte des jeweiligen Linearitätskoeffizienten und der Einzeltoleranz. Somit können die Linearitätskoeffizienten wie folgt nach Gl. (1.5) berechnet werden:

$$\alpha_i = \frac{\partial M_0}{\partial M_i} \Big|_{N_1, \dots, N_k}. \quad (1.5)$$

In den Ableitungen werden die jeweiligen Nennmaße berücksichtigt.

Basierend auf der mathematischen Interpretation der Maßkette nach Gl. (1.2) zur Beschreibung der geometrischen Funktionszusammenhänge kann die eigentliche Toleranzberechnung durchgeführt werden. So wird in diesem Beitrag neben der klassischen arithmetischen auch die statistische Toleranzanalyse angewandt.

3 Arithmetische und statistische Berechnung von Maßketten

Die arithmetische und statistische Berechnung von Maßketten soll am Beispiel einer

fünfgliedrige lineare Maßkette nach Bild 1.1 erläutert werden.

Diese Maßkette wird durch vier negative und ein positives Maß gebildet. Die Linearitätskoeffizienten sind durch die vorliegende Linearität damit alle „+“ oder „-“ 1, siehe Tab. 1.2.

Für die Erörterung einer optimalen Toleranzfestlegung der einzelnen Maßkettenglieder sind in Tab. 1.2 drei Fälle zu diskutieren. Im Fall 1 sind die Einzeltoleranzen der fünf Glieder nach Erfahrung festgelegt. Im Fall 2 gibt es Glieder mit sehr kleinen und mit, relativ betrachtet, sehr großen Toleranzen. Im Fall 3 sind alle Toleranzen gleich groß.

Beginnend mit der Ermittlung der arithmetischen Schließmaßtoleranz T_a für das Baukastensystem nach Bild 1.1, ergibt sich diese nach Gl. (1.6) zu $T_a = 1,0$ mm. Das Ergebnis ist hier für die drei zu diskutierenden Fälle identisch.

$$T_a = \sum_{i=1}^k |\alpha_i| \cdot t_i \quad (1.6)$$

Das Ergebnis nach Gl. (1.6) liefert aber nur eine relative Aussage, eine absolute ist mittels der beiden nachfolgenden Gln. (1.7) und (1.8) möglich. Hierdurch kann das arithmetische Höchstschließmaß $P_0 = 1,0$ mm und das Mindestschließmaß $P_U = 0,0$ mm berechnet werden, die Differenz beider spiegelt gleichsam die Schließmaßtoleranz wider. Auch hier sind die Ergebnisse der drei Fälle identisch. Vorteilhaft sind diese beiden Gleichungen zur Erfassung von Überdrückung bzw. Pressung in der Baugruppenfunktion, diese drückt sich einfach durch ein negatives Vorzeichen im Ergebnis aus.

$$P_0 = \sum_{i=1}^n |\alpha_i| \cdot G_{0_{\text{pos}_i}} - \sum_{j=1}^m |\alpha_j| \cdot G_{0_{\text{neg}_j}} \quad (1.7)$$

$$P_U = \sum_{i=1}^n |\alpha_i| \cdot G_{U_{\text{pos}_i}} - \sum_{j=1}^m |\alpha_j| \cdot G_{U_{\text{neg}_j}} \quad (1.8)$$

Für die Zeichnungsangabe wird darüber hinaus das sogenannte Nennschließmaß N_0 benötigt. Dieses berechnet sich allgemein nach Gl. (1.9) zu $N_0 = 0$ mm.

$$N_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot N_i \quad (1.9)$$

Das Mittenmaß von M_0 berechnet sich nach Gl. (1.10) zu $C_0 = 0,5$ mm. Um dieses Mittenmaß streut symmetrisch dann das resultierende Funktionsmaß M_0 mit $\pm T_a/2$, wie auch die anschließend berechnete statistische Schließmaßtoleranz.

Verteilung	Pa [%]	σ^2	cp	Quantile $u_{\sigma/u}$
Rechteck	100	$\frac{t^2}{12}$	0,57735	$\pm 1,732$
Trapez Seitenverhältnis 1/2 zu 1	100	$\frac{10}{192} t^2$	0,73029	$\pm 2,190$
Trapez Seitenverhältnis 1/3 zu 1	100	$\frac{5}{108} t^2$	0,77459	$\pm 2,323$
Dreieck	100	$\frac{t^2}{24}$	0,81649	$\pm 2,449$
Normal	99,73002	$\frac{t^2}{36}$	1,00000	$\pm 3,000$
Normal	99,9936	$\frac{t^2}{64}$	1,33333	$\pm 4,000$

Tabelle 1.1

Fertigungsverteilungsarten und Parameter [3]

$$C_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot C_i \quad (1.10)$$

Zu beachten ist in den Gln. (1.6) bis (1.10), dass die Linearitätskoeffizienten teils als Betragsgröße und teils als absolute Größe einfließen.

Damit ist die arithmetische Toleranzanalyse für alle drei Fälle bereits abgeschlossen.

Vor dem Hintergrund, dass bereits in der konstruktiven Auslegungsphase die spätere Fertigung der Einzelteile sowie die Funktion der Baugruppe bei den in Serienfertigung gefertigten Bauteilen sichergestellt sein muss, reicht eine arithmetische Verifizierung der Konstruktion im allgemeinen nicht aus. Benötigt wird der Nachweis über die konstruktive Erfüllung hinsichtlich der geforderten Funktionsqualität. Eine Aussage darüber, was ich brauche und was ich kann, kann die statistische Toleranzanalyse geben, um möglichst frühzeitig kritische Einflüsse und Risiken innerhalb der späteren Realisierung unter Serienbedingungen zu erfassen.

Zur Ermittlung der statistischen Schließmaßtoleranz T_s werden im Vorfeld der Berechnung den Einzeltoleranzen fertigungsspezifische Einflussgrößen in Form von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, auch Fertigungsverteilungen genannt, zugeordnet.

Fertigungsverteilungen sind die statistische Auswertung der Istmaße eines Funktionsmerkmals, z.B. der Wellendurchmesser einer Passung, über einen definierten Zeitraum mit dem Ergebnis eines Histogrammes.

Bei der Zuordnung der Prozessparameter müssen verschiedene Fertigungsverteilungen unterschieden werden. In der Praxis können die unterschiedlichsten Verteilungs-

typen auftreten. Aus der Art des Fertigungsverganges (Drehen, Fräsen, Schleifen, Bohren etc.), dem Umfang der hergestellten Stückzahl und nicht zuletzt den Verhältnissen bei der Fertigung, wo systematische und/oder zufallsbedingte Einflüsse zum Tragen kommen, resultieren die verschiedenen Verteilungstypen [3].

Ein Überblick über mögliche sich einstellende Verteilungstypen ist in Tab. 1.1 gegeben. Ein Hinweis auf eine dem Fertigungsprozess spezifische Zuordnung der Verteilung kann an dieser Stelle nicht gegeben werden. Die scheinbar große Bedeutung der Frage, wo welche Verteilung zuzuordnen ist, wird sich im Verlauf dieses Beitrages relativieren.

Neben den in Tab. 1.1 angegebenen symmetrischen Verteilungstypen existieren auch asymmetrische Verteilungen, so z.B. logarithmische Normalverteilungen für Rundlaufabweichungen von rotationssymmetrischen Flächen oder auch Rayleigh-Verteilungen bei Vorlage von Exzentrizität, Koaxialität oder Positionstoleranzen. Des Weiteren können sich auch Mischverteilungen erster und zweiter Art ausbilden [7].

Für die erste statistische Beispielrechnung des Baukastensystems nach Bild 1.1 werden zunächst die Einzeltoleranzen nach Erfahrungswerten vergeben, gemäß Fall 1 in Tab. 1.2. Die Fertigungsverteilungen der fünf Maßkettenglieder werden hingegen vollkommen beliebig zugeordnet und sollen für alle drei Fälle gelten. So wird nach Tab. 1.1 dem Baustein 1 für die Istmaßverteilung innerhalb des Toleranzfeldes eine Normalverteilung mit einer Prozessfähigkeit von $cp = 1,33$ zugeordnet, Baustein 2 eine Rechteckverteilung, Baustein 3 eine Trapezverteilung mit dem Seitenverhältnis 0,5 zu 1, Baustein 4 eine Normalverteilung mit $cp = 1$ und der Nutbreite eine Dreieckverteilung.

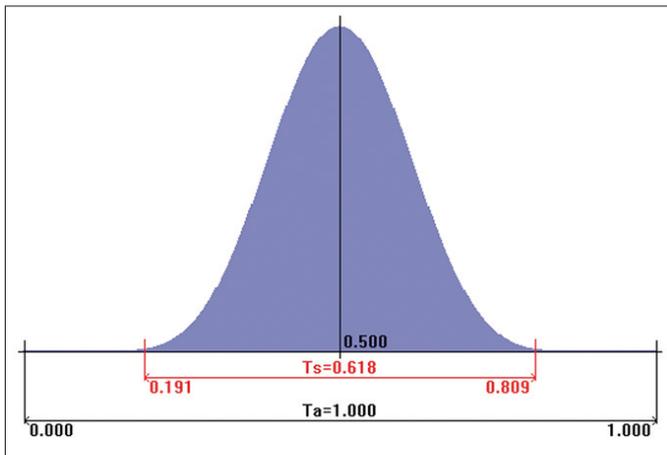


Bild 1.2

Resultierende Funktionsmaßverteilung
des Baukastensystems für Fall 1

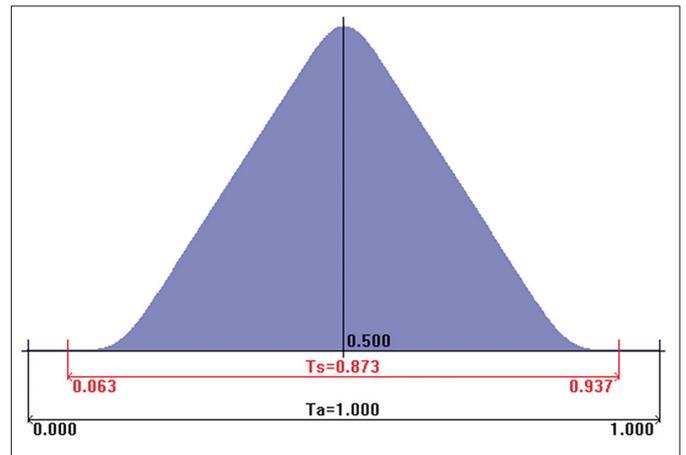


Bild 1.3

Resultierende Funktionsmaßverteilung
des Baukastensystems für Fall 2

Basierend auf diesem Kenntnisstand kann die statistische Toleranzanalyse durchgeführt werden. Grundsätzlich setzt die statistische immer auf der arithmetischen Berechnung auf. Zur Ermittlung der statistischen Schließmaßtoleranz gilt es, die Standardabweichung σ_0 , bzw. Streuung der resultierenden Dichtefunktion für das Schließmaß zu ermitteln. Hierfür gibt es verschiedene Lösungsansätze; hier soll der Lösungsansatz der Fehlerfortpflanzung nach Gauß mit Gl. (1.11) genutzt werden [4], [2]. Diese ergibt sich unter den zuvor genannten Randbedingungen für Fall 1 zu $\sigma_0 = 0,103$ mm.

$$\sigma_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^k \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2} \quad (1.11)$$

Geometrisch beschreibt die Standardabweichung σ_0 der resultierenden Dichtefunktion den Abszissenabstand des Wendepunktes zur Symmetrieachse.

Die hier angewandte Methode der Fehlerfortpflanzung hat als Hintergrund den „zentralen Grenzwertsatz“ der Statistik. Hiernach verteilt sich die Summe beliebiger unabhängiger Verteilungen bei einer Anzahl ≥ 4 hinreichend genau einer Normalverteilung. Gemäß der standardisierten Normalverteilung, die für $\mu = 0$ und für $\sigma = 1$ ausgewertet vorliegt [5], ist das Quantil $u = 3,0$ bei einer Annahmewahrscheinlichkeit $P_a = 99,73002\%$, welches mit einer Prozessfähigkeit $c_p = 1,0$ korrespondiert. Ist $u = 4,0$ bei einer Annahmewahrscheinlichkeit $P_a = 99,9936\%$, korrespondiert dies mit der Prozessfähigkeit $c_p = 1,33$.

Für die vorliegende Berechnung der drei Fälle soll eine Prozessfähigkeit von $c_p = 1,0$ für das Funktionsmaß M_0 gelten. Dementsprechend berechnet sich die statistische Schließmaßtoleranz nach Gl.(1.12) mit dem Quantil $u = 3$ für Fall 1 zu $T_s = 0,6182$ mm.

$$T_s = 2 \cdot u \cdot \sigma_0 \quad (1.12)$$

Es gilt für den Anwender zu beachten, dass zum einen die Prozessfähigkeit für die jeweiligen Maßkettenglieder M_i hinterfragt wird, sofern eine Normalverteilung zugeordnet wird, und zum anderen die Prozessfähigkeit für das Funktionsmaß M_0 festzulegen ist.

Dieser statistische Ansatz geht davon aus, dass es einen gewissen Anteil von Baugruppen gibt, deren Funktionsmaß nicht eingehalten

M_i	α_i	N_i	ES/es	EI/ei	t	VT	σ^2	u_{σ}/u	$B_{arith.} [\%]$	$B_{stat.} [\%]$
Fall 1										
Baustein 1	-1	50	0	-0,2	0,2	NV ($c_p = 1,33$)	0,000625	$\pm 4,000$	20	5,88
Baustein 2	-1	20	0	-0,15	0,15	RV	0,001875	$\pm 1,732$	15	17,66
Baustein 3	-1	20	0	-0,15	0,15	TV (0,5 t)	0,001171	$\pm 2,190$	15	11,04
Baustein 4	-1	10	0	-0,1	0,1	NV ($c_p = 1$)	0,000277	$\pm 3,000$	10	2,61
Nutbreite	1	100	0,4	0	0,4	DV	0,006666	$\pm 2,449$	40	62,82
Fall 2										
Baustein 1	-1	50	0	-0,15	0,15	NV ($c_p = 1,33$)	0,000351	$\pm 4,000$	15	1,66
Baustein 2	-1	20	0	-0,05	0,05	RV	0,000208	$\pm 1,732$	5	0,98
Baustein 3	-1	20	0	-0,05	0,05	TV (0,5 t)	0,000130	$\pm 2,190$	5	0,61
Baustein 4	-1	10	0	-0,05	0,05	NV ($c_p = 1$)	0,000069	$\pm 3,000$	5	0,32
Nutbreite	1	100	0,7	0	0,7	DV	0,020416	$\pm 2,449$	70	96,45
Fall 3										
Baustein 1	-1	50	0	-0,2	0,2	NV ($c_p = 1,33$)	0,000625	$\pm 4,000$	20	7,08
Baustein 2	-1	20	0	-0,2	0,2	RV	0,003333	$\pm 1,732$	20	37,79
Baustein 3	-1	20	0	-0,2	0,2	TV (0,5 t)	0,002083	$\pm 2,190$	20	23,64
Baustein 4	-1	10	0	-0,2	0,2	NV ($c_p = 1$)	0,001111	$\pm 3,000$	20	12,59
Nutbreite	1	100	0,2	0	0,2	DV	0,001666	$\pm 2,449$	20	18,90

Tabelle 1.2

Berechnungsvarianten und Parameter für
das Baukastensystem nach Bild 1.1

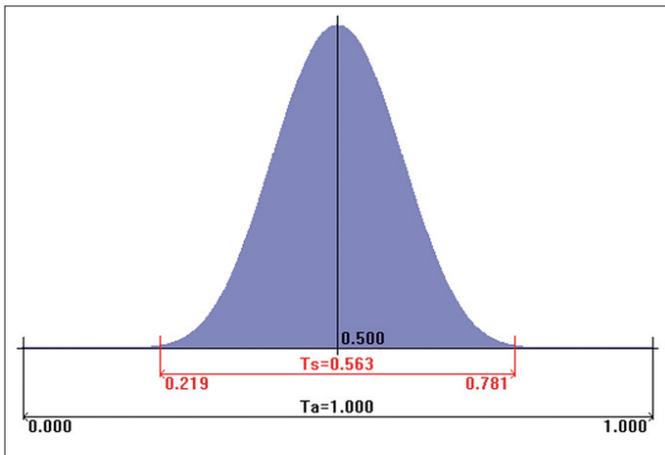


Bild 1.4

Resultierende Funktionsmaßverteilung des Baukastensystems für Fall 3

wird. Dieser Anteil wird als Überschreitungsanteil bezeichnet und in der Regel in "ppm" (parts per million) angegeben. Für das vorliegende Beispiel bedeutet dies mit $c_p = 1,0$ eine Annahmewahrscheinlichkeit $P_a = 99,73002\%$ und damit einen Überschreitungsanteil von $0,26998\%$ bzw. 2.699 ppm.

Unter Beibehaltung der Verteilungstypen resultiert für Fall 2 $T_s = 0,8731$ mm und für Fall 3 $T_s = 0,5634$ mm. Verantwortlich für die unterschiedlichen Ergebnisse sind die unterschiedlichen Streuungen mit $\sigma_0 = 0,1455$ mm für Fall 2 und $\sigma_0 = 0,0939$ mm für Fall 3. Diese drei unterschiedlichen Ergebnisse werden auch durch die resultierenden Dichtefunktionen bestätigt, wie die Bilder 1.2 bis 1.4 deutlich zeigen. Erzeugt wurden die dargestellten Dichtefunktionen mittels der Überlagerung der jeweiligen fünf einzelnen Fertigungsverteilungen. Diese Art der Überlagerung von unabhängigen Verteilungen wird als „Faltung“ bezeichnet.

So zeigen die Bilder 1.2 bis 1.4 darüber hinaus, dass trotz der identischen arithmetischen Schließmaßtoleranz von $T_a = 1,0$ mm für alle drei Fälle, sich die statistischen Ergebnisse vollkommen unterscheiden. So ist bei den ungleichen Toleranzverhältnissen des Falles 2 die Streuung des Schließmaßes am größten; das zeigt auch die Dichtefunktion in Bild 1.3. Hierbei ist auch die Fertigungsverteilung der größten Istmaßverteilung, nämlich die der Nutbreite mit $t = 0,7$ mm, mit einer Dreieckverteilung, dominant in der Ausprägung der resultierenden Dichtefunktion, wie Bild 1.3 deutlich zeigt.

Demgegenüber ist die Streuung für das Schließmaß am kleinsten, wenn die Toleranzverhältnisse innerhalb der linearen Maßkette gleich sind, wie im Fall 3, wo alle $t_i = 0,2$ mm sind.

Die Dominanz einer Verteilung basierend auf ungleichen Toleranzverhältnissen innerhalb einer Maßkette ist nicht zu unterschätzen.

Ist der Fertigungsprozess des dominanten Gliedes nicht fähig und/oder nicht beherrscht führt dies wie Fall 2 deutlich zeigt, zu wesentlich schlechteren Ergebnissen bzw. Qualitätskriterien. Ursache hierfür ist, dass die Gesetzmäßigkeit des „zentralen Grenzwertsatzes“ in diesem Beispiel nicht hinreichend erfüllt ist. Das beweist auch die durch fünf überlagerte unabhängige Verteilungen ermittelte Dichtefunktion für Fall 2 in Bild 1.3, welche bei weitem nicht einer Normalverteilung entspricht.

4 Funktionsmaßunterschiede trotz gleicher arithmetischer Funktionstoleranz

Das Beispiel des Baukastensystems mit den drei Toleranzaufteilungsalternativen zeigt sehr deutlich, dass die Aufteilung der Toleranzen für die einzelnen Maßkettenglieder von großer Bedeutung ist.

So lässt dieses Beispiel folgende Erkenntnis zu:

Je größer eine Einzeltoleranz im Verhältnis zu den übrigen Maßkettengliedern ist, umso besser muss der hierfür notwendige Fertigungsprozess sein – hohe Prozessfähigkeit. Für den Fall 2 bedeutet dies, dass die Nutbreite mit $t = 0,7$ mm mit einer Normalverteilung prozesssicher gehalten werden müsste.

Des Weiteren ist die Erkenntnis zulässig: Je kleiner eine Einzeltoleranz im Verhältnis zu den übrigen Maßkettengliedern ist, umso schlechter kann der hierfür notwendige Fertigungsprozess sein – geringere Prozessfähigkeit. Ebenso für den Fall 2 bedeutet dies, dass die Bausteine 2, 3 und 4 mit $t_i = 0,05$ mm mit einer Rechteckverteilung eingehalten werden könnten.

Aus diesem Sachverhalt rührt auch eine alte Konstruktionsweisheit, die besagt: „Kleine Toleranzen können bei der Toleranzberechnung vernachlässigt werden“.

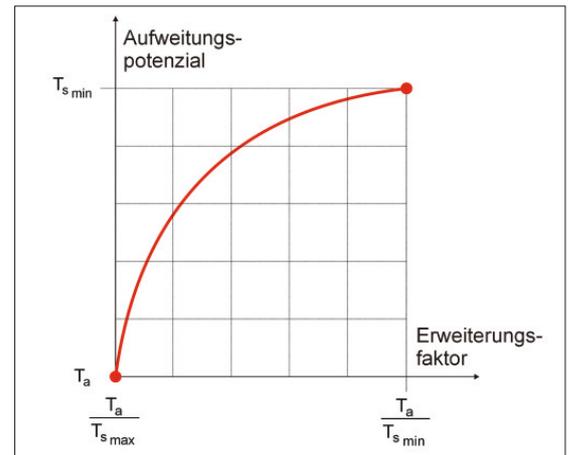


Bild 1.5

Qualitative Darstellung des Aufweitungs-potenziales einer linearen Maßkette

Die Zuordnung einer Rechteckverteilung lässt damit der Fertigung die Möglichkeit einer größeren Streuung, wodurch sich gleichzeitig die Fertigungskosten deutlich reduzieren.

Diese theoretischen Erkenntnisse bestätigen sich täglich in der Praxis. Erfasst werden diese jedoch nur mittels des statistischen Lösungsweges in der Toleranzanalyse. Denn die drei arithmetischen Ergebnisse zeigen hier in der Beurteilung der Schließmaßtoleranz keinen Unterschied. Ebenso die absolute Betrachtung, in der Ermittlung der arithmetischen Höchstschließmaße mit $P_0 = 1,0$ mm und der Mindestschließmaße mit $P_U = 0,0$ mm zeigen für die drei Fälle natürlich keinen Unterschied.

Wie gut die Toleranzaufteilung jedoch gelungen ist, lässt sich am einfachsten über den Erweiterungsfaktor e erfassen.

$$e = \frac{T_a}{T_s} \quad (1.13)$$

Der Erweiterungsfaktor nach Gl. (1.13) gibt das mögliche Erweiterungspotenzial für sämtliche Glieder einer Maßkette wieder, wenn die Summe der arithmetischen Einzeltoleranzen, sprich T_a , gleich der geforderten Funktionstoleranz für die Baugruppe ist. Dies unter der Voraussetzung, dass die prozentuale Funktionstoleranzeinhaltung mit der berechneten Annahmewahrscheinlichkeit P_a übereinstimmt. Eine qualitative Aussage hierüber gibt der degressive Funktionsverlauf in Bild 1.5 wieder.

Die Berechnung der Erweiterungsfaktoren nach Gl. (1.13) für die drei Fälle ergeben für Fall 1 $e = 1,61$, Fall 2 $e = 1,14$ und Fall 3 $e = 1,77$. Hiernach ist wie bereits bekannt, das größte Aufweitungs-potenzial in Fall 3 gegeben, wo das ideale arithmetische Toleranzverhältnis unter allen Gliedern in einer linearen Maßkette existiert, siehe blaue Balken in Bild 1.6.

Also gilt für einen ersten Berechnungsansatz in einer linearen Maßkette: Die Einzel-

toleranzen sollten möglichst gleich groß gewählt werden, unabhängig von den jeweiligen Fertigungsverteilungen, um eine möglichst prozesssichere Baugruppenfunktion zu erhalten.

Das Optimum der Toleranzaufweitung wäre für das Baukastensystem dann erreicht, wenn alle Einzeltoleranzen gleich groß sind und die Normalverteilung mit einer Prozessfähigkeit von $c_{pk} = 1,33$ die beste Prozessqualität für alle fünf Prozesse repräsentiert – die Mittelwerte der Normalverteilungen liegen in der jeweiligen Toleranzmitte, d.h. der Prozessfähigkeitskennwert ist ebenfalls $c_{pk} = 1,33$, dann ergibt sich die Standardabweichung nach Gl. (1.11) zu $\sigma_0 = 0,0559$ mm und die statistische Schließmaßtoleranz für $P_a = 99,73002\%$ nach Gl. (1.12) zu $T_s = 0,3354$ mm. Dieses würde dann einen Erweiterungsfaktor von $e = 2,98$ ergeben.

5 Beitragsleisterermittlung

Die vorangegangenen Erkenntnisse zeigen die große Bedeutung der gleichmäßigen Toleranzaufteilung innerhalb einer linearen Maßkette. Jedoch haben auch die Fertigungsverteilungen einen bedeutenden Einfluss auf die sich einstellende statistische Schließmaßtoleranz. Und damit gleichzeitig auf das Aufweitungspotenzial sowie die Prozesssicherheit der Baugruppenfunktion.

Damit stellt sich die Frage: Welches Maßkettenglied beeinflusst wie stark das Funktionsmaß der Baugruppe?

Diese Frage soll mittels der sogenannten Beitragsleister beantwortet werden.

Hierbei sollen die arithmetischen und statistischen Beitragsleister unterschieden werden.

Die Ermittlung der individuellen prozentualen arithmetischen Beitragsleister B_i nach Gl. (1.14) ist relativ einfach über das Verhältnis der arithmetischen Einzel- zur Schließmaßtoleranz sowie den Linearitätskoeffizienten durchzuführen.

$$B_{i,arith} = \left| \alpha_i \right| \cdot \left[\frac{t_i}{T_a} \right] \cdot 100 \quad (1.14)$$

Die arithmetischen Beitragsleister sind für die drei Fälle in der Tab. 1.2 erfaßt. Und darüber hinaus als blaue Balken verhältnismäßig zueinander in Bild 1.6 dargestellt.

Die Kenntnis der individuellen arithmetischen Beitragsleister kann jedoch nur sekundär sein, da bei deren Ermittlung die notwendigen Fertigungsprozesse nicht erfasst werden. Daher ist die Kenntnis der individuellen statistischen Beitragsleister einer Maßkette von entscheidender Bedeutung.

Zur Ermittlung der jeweiligen prozentualen statistischen Beitragsleister B_i wird Gl. (1.15)

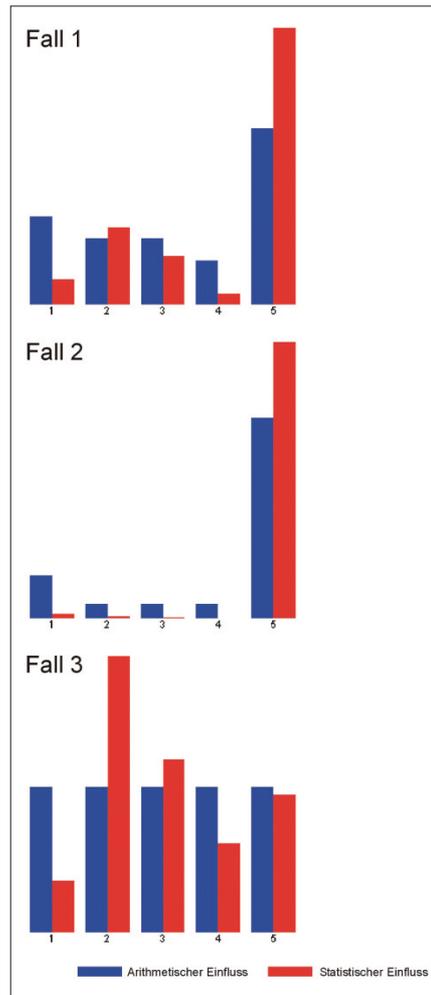


Bild 1.6
Relative Darstellung der arithmetischen (blau) und statistischen (rot) Beitragsleister, Werte nach Tabelle 1.2

angewandt.

$$B_{i,stat} = \epsilon \cdot \alpha_i^2 \cdot \left[\frac{(u_{o_{M_0}} - u_{u_{M_0}})}{(u_{o_i} - u_{u_i})} \right]^2 \cdot \left[\frac{t_i}{T_s} \right]^2 \cdot 100 \quad (1.15)$$

Hierin werden gegenüber der arithmetischen Verifizierung auch die statistische Schließmaßtoleranz sowie das Verhältnis der Quantile des Schließmaßes zu den Quantilen der individuellen Fertigungsverteilung berücksichtigt.

Die ermittelten statistischen Beitragsleister in Tab. 1.2 für das Beispiel des Baukastensystems zeigen unter anderem für Fall 3 ein erstaunliches Ergebnis. So sind trotz eines ausgeglichenen arithmetischen Toleranzverhältnisses alle fünf Einzeltoleranzen betragen 0,2 mm die statistischen Beitragsleister unterschiedlich groß. Und zwar derart unterschiedlich, dass beispielsweise der Einfluss auf das Funktionsmaß M_0 von Baustein 2 mehr als 5-mal größer ist als der von Baustein 1.

Noch deutlicher wird dies innerhalb von

Fall 2, hier übt die Nutbreite ($B = 96,45\%$) einen mehr als 300-fach größeren Einfluss auf das Spaltmaß aus als Baustein 4 ($B = 0,32\%$).

Dieses sind so wichtige Informationen für den Entwickler, um zu einem möglichst frühen Zeitpunkt im Produktentstehungsprozess die Konstruktion gleichwertig gestalten bzw. „robust“ auslegen zu können.

Der Entwickler erhält anhand der ermittelten statistischen Beitragsleister sofort einen Hinweis, welche Bauteile, bzw. Maßkettenglieder für die Baugruppenfunktion von primärer und welche von sekundärer Bedeutung sind.

Hier schließt sich auch die Beantwortung der Frage an, welche Fertigungsverteilung den einzelnen Maßkettengliedern zuzuordnen ist. Wie die statistischen Beitragsleister in allen drei Fällen zeigen, gibt es signifikante und weniger stark einflussnehmende Glieder in einer Maßkette. Demzufolge gilt es, mittels der arithmetischen Beitragsleister die signifikanten Glieder einer Maßkette zu ermitteln und diesen Gliedern eine Trapezverteilung zuzuordnen. Empfohlen wird die Trapezverteilung, weil sie den Langzeitrend des Prozessverlaufes, nämlich die Mittelwertverschiebung (Prozessfähigkeitskennwert), beispielsweise durch Werkzeugverschleiß oder Prozessschwankungen ideal abbildet. Alternative Verteilungstypen sollten nur zugeordnet werden, wenn hierüber ein Nachweis in Form von Qualitätsaufzeichnungen erbracht werden kann. Für die übrigen Maßkettenglieder ist die zuzuordnende Verteilung aus Tab. 1.1 eher sekundär, weil deren Einfluss je nach Prozentpunkten aus der statistischen Beitragsleisterermittlung sehr gering sein kann.

Hiernach zeigt sich der Lösungsansatz der statistischen Beitragsleisterermittlung als gutes Werkzeug zur Beurteilung von Maßketten, da alle einflussnehmenden Randbedingungen, d.h.

- Maßkettenglieder (-anzahl) M_i ,
- Toleranzfeldgrößen t_i ,
- Funktionszusammenhänge der Glieder α_i ,
- Fertigungsprozesse σ_i sowie die
- Prozesssicherheit für die Baugruppenfunktion P_a erfasst werden.

6 Zusammenfassung

Der Beitrag hat am Beispiel des Baukastensystems gezeigt, dass die „großen“ Toleranzen in einer linearen Maßkette das Funktionsmaß beeinflussen und nicht die „kleinen“. Vorausgesetzt, die Verhältnisse unter den Einzeltoleranzen sind unterschiedlich.

In einer linearen Maßkette wird eine Gleichwertigkeit der Maßkettengliedereinflüsse auf das Funktionsmaß dann erreicht, wenn die Einzeltoleranzen gleich groß sind und die Verteilungstypen sowie -parameter identisch sind.

Dieser „Idealzustand“ kann aus konstruktiver wie auch fertigungstechnischer Sicht nicht grundsätzlich immer eingehalten werden. Damit ist es umso wichtiger zu wissen, welches die einflussnehmenden Glieder sind. Mit deren Kenntnis sind dann zielgerichtete Optimierungsschritte möglich.

Ziel muss es sein, die statistischen Einflussgrößen innerhalb einer Maßkette möglichst gleich groß zu bekommen. Dann ist das Erweiterungspotenzial am größten, die Konstruktion am robustesten und darüber hinaus, nicht zu vernachlässigen, die Konstruktion am wirtschaftlichsten zu fertigen.

Daher wäre es wünschenswert, einen Lösungsweg zur Verfügung zu haben, der es ermöglicht, dass alle Maßkettenglieder den gleichen statistischen Beitrag am Funktionsmaß leisten. Dann wäre für eine Konstruktion unter Vorgabe beliebiger Fertigungsparameter ein Optimum in der Toleranzfestlegung gegeben. Anwendbar muss dieser mögliche Ansatz auch auf nichtlineare Baugruppenfunktionen sein.

Dieses Ziel wird mit dem zweiten Teil des Beitrages explizit am Beispiel eines Kompressors mit einem nichtlinearen Funktionsmaß angestrebt.

Teil 2 folgt in KONSTRUKTION 11/12– 2005

Formelzeichen

α_i	Linearitätskoeffizient
σ^2	Varianz
σ_0	Standardabweichung des Funktionsmaßes
B_i	prozentualer Beitragsleister
C_p	Prozessfähigkeit
C_{pk}	Prozessfähigkeitskennwert
C_i	Toleranzmittenmaß
C_0	Mittenmaß des Funktionsmaßes
e	Erweiterungsfaktor
es_i	oberes Abmaß (Außenmaß)
ei_i	unteres Abmaß (Außenmaß)
ES_i	oberes Abmaß (Innenmaß)
EI_i	unteres Abmaß (Innenmaß)
G_0	Höchstmaß
G_U	Mindestmaß
M_i	toleriertes Maß
M_0	Schließ- bzw. Funktionsmaß
k, n, m	Anzahl der Maßkettenglieder
N_0	Nennmaß des Schließmaßes
P_a	Annahmewahrscheinlichkeit
P_0	Höchstschließmaß (oberes Passmaß)
P_U	Mindestschließmaß (unteres Passmaß)
t_i	arithmetische Maßkettengliedtoleranz
T_a	arithmetische Schließmaßtoleranz
T_s	statistische Schließmaßtoleranz
u	Annahmewahrscheinlichkeit in σ -Einheiten der standardisierten Normalverteilung
$u_{0/u}$	oberes bzw. unteres Quantil (Grenzwert in σ -Einheiten)

Literatur

- [1] DIN 7186 Blatt 1, Statistische Tolerierung – Begriffe, Anwendungsrichtlinien und Zeichnungsangaben, Berlin: Beuth 1974
- [2] DIN 7186 Blatt 2 (Entwurf), Statistische Tolerierung – Grundlagen für Rechenverfahren, Berlin: Beuth 1980
- [3] Kirschling, G.: Qualitätssicherung und Toleranzen, Berlin: Springer, 1988
- [4] Klein, B.; Mannewitz, F.: Statistische Tolerierung, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1993
- [5] Mannewitz, F.: Prozessfähige Tolerierung von Bauteilen und Baugruppen ein Lösungsansatz zur Optimierung der Werkstattfertigung im Informationsverbund zwischen CAD und CAQ, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 20, Nr. 256, 1997
- [6] Mannewitz, F.: Rechnerunterstützte Toleranzgebung und -optimierung, Konstruktion, Jahrgang 48, Heft 7/8, Seite 205–211, 1996
- [7] Simunovic, M.; Mannewitz, F.: Schulungsunterlagen: Statistische Tolerierung in der Serienfertigung, casim Ingenieurleistungen, 2005
- [8] Papula, L.: Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1992
- [9] von Praun, S.: Toleranzanalyse nachgiebiger Baugruppen im Produktentstehungsprozess, Forschungsberichte i bw Technische Universität München, München: Herbert Utz Verlag, Nr. 171, 2003

F. Mannewitz

Baugruppenfunktions- und prozessorientierte Toleranzaufweitung (Teil 2)

Sub-assembly functionality and process-oriented tolerance expansion (Part 2)

Inhalt Der erste Teil dieses Beitrages hat deutlich die große Bedeutung der individuellen Toleranzfestlegung für Maßkettenglieder aufgezeigt. Hierbei ist deutlich geworden, dass nicht ausschließlich die Größe der jeweiligen Einzeltoleranz den Einfluss auf das Funktionsmaß der Baugruppe ausübt, sondern darüber hinaus einige andere Einflussgrößen des einzelnen Maßkettengliedes von Bedeutung sind. Hier sind neben der jeweiligen Toleranzfeldgröße die Maßkettengliederanzahl, der Linearitätskoeffizient, die Fertigungsverteilung und -parameter sowie die Prozesssicherheit der Baugruppenfunktion zu nennen. Einige dieser Einflussgrößen sind durch die Baugruppenanordnung respektive -kinematik, wie auch durch die Fertigungstechnologie festgelegt. Jedoch sind die Größenordnungen der zu wählenden Einzeltoleranzen, wie bereits im ersten Teil erwähnt, durch die Erfahrungswerte des Entwicklers geprägt. Aufgrund des kausalen Zusammenhangs zwischen Toleranzen und Fertigungskosten ist es daher für eine gegebene Baugruppenfunktion von entscheidender Bedeutung, ein Optimum in der Toleranzfestlegung zu erzielen. Dieser Beitrag soll, mit dem hier vorliegendem zweiten Teil, dem Entwickler einen Lösungsansatz aufzeigen, der es ihm ermöglicht, bei gegebenen Randbedingungen die Einzeltoleranzen so festzulegen, dass alle Einzeltoleranzen den gleichen Einfluss auf die Baugruppenfunktion ausüben.

Abstract The first part of this piece showed clearly how important it is to lay down individual tolerances for all links of the dimension chain. It also became clear that it is not only the size of the respective individual tolerance which affects the functional dimension of the sub-assembly, but also that a variety of other influential dimensions of the individual dimension chain links are significant, too. Besides the individual tolerance field dimensions, the number of dimension chain links, linearity coefficient, production distribution and -parameters, as well as process reliability of the sub-assembly function should be mentioned here. Some of these influential dimensions are determined by the order or kinematics of the sub-assemblies, or by the production technology used. However, the orders of magnitude of the selected individual tolerances are, as we mentioned in Part 1, dependent upon values the engineer has had experience of in the past. It is therefore essential to achieve an optimum tolerance determination for a given sub-assembly function, on account of the causal relationship between tolerances and production costs. This, the second half of this piece, is intended to show development engineers a resolution model which will enable them – given the appropriate boundary conditions – to lay down tolerances in such a way that all individual tolerances will have an equal effect on the sub-assembly function.

Autor

Dr.-Ing. Frank Mannewitz
Geschäftsführer

casim Ingenieurleistungen GmbH & Co. KG
Heinrich-Hertz-Straße 3b
34123 Kassel
E-Mail: mailks@casim.de
www.casim.de

1 Einleitung

Entwickeln und konstruieren heißt normalerweise, zukunftsorientierte Werte der Kunden in konsistente Eigenschaftsprofile zu übersetzen und diese mit technischen Lösungen umzusetzen. Beispielhaft bedeutet dies für den Toasterhersteller, den nach einer repräsentativen Befragung ermittelten Wert „einfache Bedienung“, in das Eigenschaftsprofil „automatische Anpassung der

Röstzeit an den gewählten Brottyp“ zu übersetzen und das mittels der technischen Lösung einer „optischen Sensorik“ abzubilden.

Dabei bleibt in der Regel unberücksichtigt, wieviel technischer Fertigungs- und Montage- und ggf. Einstellaufwand betrieben werden muss, um die zuvor definierten technischen Lösungen zu realisieren.

Daher müssen wir fragen, wie viel Beachtung die Fertigungs- und Montagekonzepte der

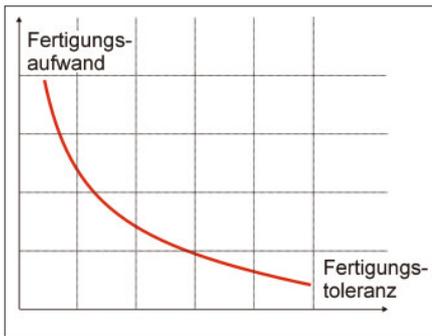


Bild 2.1

Qualitativer Zusammenhang zwischen Fertigungstoleranzen und -aufwand

interdisziplinären Unternehmensbereiche, insbesondere im fortgeschrittenen Entwicklungsprozess finden. In der Regel finden sie nur sekundäre Beachtung. Primär steht die Realisierung der technischen Lösung im Vordergrund; egal was es kostet, Hauptsache man bleibt im Entwicklungszeitrahmen.

Da jedoch die Wettbewerbsfähigkeit eines Unternehmens u.a. auch von wettbewerbsfähigen Preisen bestimmt wird, darf bei der Entwicklung und Konstruktion neuer Produkte nicht ausschließlich der „Time-to-market“-Aspekt im Vordergrund stehen. Bezüglich der Wirtschaftlichkeit in der Realisierung der Produkte bzw. Baugruppen kommt der Toleranzfestlegung damit eine bedeutende Aufgabe zu.

Dabei gilt, je größer die Einzeltoleranz, umso größer ist die Fertigungskostenreduzierung. D.h., größere Einzeltoleranzen gleich günstigere Fertigung, siehe Bild 2.1.

Nun stellt sich tagtäglich in unzähligen Konstruktionsabteilungen die Frage, wie groß nun die einflussnehmenden Einzeltoleranzen zu wählen sind. Diese Frage ist umso schwieriger zu beantworten, je komplexer eine Baugruppenfunktion sich darstellt.

Dieser Beitrag wird am Beispiel eines Kompressors zeigen, wie der Entwickler auch bei nichtlinearen Maßkettenstrukturen unter Vorgabe der Baugruppenfunktion zu optimalen und damit wirtschaftlichen Einzeltoleranzen gelangt.

2 Nichtlineare Maßkette am Beispiel eines Kompressors

Die Toleranzfestlegung an nichtlinearen bzw. mehrdimensionalen Maßkettenstrukturen ist in der Regel schwieriger als an linearen bzw. eindimensionalen Maßketten [6]. Da der hier gezeigte Lösungsansatz zur Ermittlung von optimalen Einzeltoleranzen allgemein gültig sein soll, muss er für ein- und mehrdimensionale Maßketten gleichermaßen anwendbar sein.

Ein Beispiel der Kombination einer ein- und einer mehrdimensionalen Maßkette ist in

Bild 2.3 gegeben. Hierbei handelt es sich um einen Kompressor an dem u.a. das Funktionsmaß M_0 „Stellung oberer Totpunkt – kleinster Spalt zwischen Kolben und Zylinderkopf“ sichergestellt sein muss. Der Kompressionsspalt M_0 darf zum einen nicht zu klein sein, da sonst womöglich ein Kontakt zwischen Kolben und Zylinderkopf auftritt; und zum anderen nicht zu groß, da sonst der Wirkungsgrad des Kompressors bzw. die Kompression abfällt. Daher ist zur Sicherstellung der Funktion M_0 mit $1,55 \pm 0,8$ mm festgelegt.

Die einflussnehmenden Einzelmaße auf den Kompressionsspalt M_0 sind hier die Kurbelwellenexzentrizität M_1 , die Pleuelstangenlänge M_2 , die Anbindung im Kurbelwellengehäuse M_3 , die Pleuelstangenhöhe M_4 , die Zylinderhöhe M_5 sowie der Kurbelwellenversatz M_6 .

Die zur korrekten Funktionsbeschreibung normalerweise notwendigen Form- und Lagetoleranzen werden in der Beispielrechnung nicht berücksichtigt. Diese gilt es normalerweise, basierend auf dem zugrunde liegenden Tolerierungsgrundsatz und der Toleranzart, zu berücksichtigen.

Des Weiteren werden in der Berechnung keine Lagerspiele berücksichtigt.

Der Kompressor in den Bildern 2.2 und 2.3 wird einen asymmetrischen Bewegungsablauf beschreiben, der sich in einer periodischen Kolbenbewegung auswirken wird. Verursacht wird dies durch die Exzentrizität, sprich den Kurbelwellenversatz M_6 . Dieser kinematische Anteil in der Kompressorkonstruktion wird allgemein als exzentrisches Schubkurbelgetriebe bezeichnet. Dieses Schubkurbelgetriebe wird hier durch die Maßkettenglieder M_1 , M_2 und M_6 gebildet.

3 Arithmetische und statistische Toleranzberechnung des Kompressionsspalt

Da in der hier vorliegenden Beispielrechnung nur der obere Totpunkt des Kolbens von Bedeutung ist, kann auf die Untersuchung der Kolbenstellung in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel und der Zeit verzichtet werden. Somit lässt sich die obere Nominal-Stellung des oberen Pleuelstangenlagers N_{01} relativ einfach mit Hilfe des Satzes von Pythagoras nach Gl. (2.1) bestimmen.

$$N_{01} = \sqrt{(N_1 + N_2)^2 - N_6^2} \quad (2.1)$$

Hierin bilden in einer bestimmten Kurbelwellenstellung die Kurbelwellenexzentrizität M_1 und die Pleuelstangenlänge M_2 die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Die horizontale Kathete wird durch den Kurbelwellenversatz M_6 gebildet und die vertikale Kathete ist die sich auswirkende Koordinate N_{01} .

Würde die Aufgabenstellung um die Ermittlung der Kompression ergänzt, so wäre die Be-

stimmung des unteren Totpunktes des Kolbens notwendig. Damit würde die Berechnung der unteren Nominal-Stellung des oberen Pleuelstangenlagers N_{02} nach Gl. (2.2) notwendig.

$$N_{02} = \sqrt{(N_2 - N_1)^2 - N_6^2} \quad (2.2)$$

Die Zusammenhänge nach den Gln. (2.1) und (2.2) sind nichtlinear. Diese Gleichungen werden zur Bestimmung des oberen sowie des unteren Totpunktes jeweils um die linearen Glieder M_3 , M_4 und M_5 ergänzt.

Der Hub des Kompressors resultiert aus der Differenz der Ergebnisse der beiden Gln. (2.1) und (2.2). Hiernach ist die oberste Nominal-Stellung des Pleuelstangenlagers $N_{01} = 107,39$ mm und die unterste Nominal-Stellung des Pleuelstangenlagers $N_{02} = 73$ mm. Dementsprechend ergibt sich ein Hub von 34,39 mm.

Jetzt kann das Nennmaß (Nominalwert) des oberen Totpunktes des Kolbens unter den in Bild 2.3 angegebenen Nennmaßen gemäß Gl. (2.3) zu $N_0 = 1,102$ mm berechnet werden.

$$N_0 = - \left[\sqrt{(N_1 + N_2)^2 - N_6^2} \right] - N_4 + N_3 + N_5 \quad (2.3)$$

Für die Vorzeichenbildung der Nennmaße ist der im ersten Teil des Beitrages kennengelernte Zusammenhang wie folgt zu beachten: Ein Maß ist positiv, wenn sich bei einer Vergrößerung des Maßes M_i das Funktionsmaß M_0 ebenfalls vergrößert. Und anderenfalls negativ, wenn sich bei einer Vergrößerung des Maßes M_i das Funktionsmaß M_0 verkleinert [1]. Die Vorzeichenbildung kann ebenfalls direkt aus den nachfolgend ermittelten Linearitätskoeffizienten abgelesen werden.

Die Gl. (2.3) beschreibt unter Berücksichtigung der jeweilig tolerierten Einzelmaße M_i die Zielfunktion des gesuchten Maßes M_0 , wie Gl. (2.4) zeigt.

$$M_0 = - \left[\sqrt{(M_1 + M_2)^2 - M_6^2} \right] - M_4 + M_3 + M_5 \quad (2.4)$$

Für die Ermittlung der Linearitätskoeffizienten steht auch hier, wie bereits im ersten Teil des Beitrages, der Lösungsweg der Linearisierung von Funktionen mittels dem „totalen Differential“ zur Verfügung [8]. Somit ergeben sich unter Anwendung der Gl. (2.4) für das Beispiel des Kompressors folgende Ableitungen und damit Linearitätskoeffizienten:

$$\alpha_1 = \frac{\partial M_0}{\partial M_1} \Bigg|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_1 = \frac{\partial M_0}{\partial M_1} = - \frac{2M_1 + 2M_2}{2 \left(\sqrt{M_1^2 - 2M_1M_2 + M_2^2 - M_6^2} \right)}$$

$$\alpha_1 = -1,0288868$$

$$\alpha_2 = \frac{\partial M_0}{\partial M_2} \Big|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_2 = \frac{\partial M_0}{\partial M_2} = - \frac{2M_1 + 2M_2}{2 \left(\sqrt{M_1^2 - 2M_1M_2 + M_2^2 - M_6^2} \right)}$$

$$\alpha_2 = -1,0288868$$

$$\alpha_3 = \frac{\partial M_0}{\partial M_3} \Big|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_3 = \frac{\partial M_0}{\partial M_3} = 1$$

$$\alpha_3 = 1$$

$$\alpha_4 = \frac{\partial M_0}{\partial M_4} \Big|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_4 = \frac{\partial M_0}{\partial M_4} = -1$$

$$\alpha_4 = -1$$

$$\alpha_5 = \frac{\partial M_0}{\partial M_5} \Big|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_5 = \frac{\partial M_0}{\partial M_5} = 1$$

$$\alpha_5 = 1$$

$$\alpha_6 = \frac{\partial M_0}{\partial M_6} \Big|_{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6}$$

$$\alpha_6 = \frac{\partial M_0}{\partial M_6} = \frac{M_6}{\sqrt{M_1^2 - 2M_1M_2 + M_2^2 - M_6^2}}$$

$$\alpha_6 = 0,24209101$$

Mit Kenntnis der Linearitätskoeffizienten kann jetzt das Nennschließmaß N_0 alternativ

berechnet werden, dieses berechnet sich nach Gl. (1.9)¹ ebenfalls wie nach Gl. (2.3) zu

$$N_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot N_i = 1,102 \text{ mm.} \quad (1.9)$$

Nach Klärung des Funktionszusammenhangs, kann die eigentliche Toleranzanalyse durchgeführt werden. Hierfür wird zunächst unter Anwendung der beiden nachfolgenden Gln. (1.7) und (1.8) das arithmetische Höchstschließmaß P_0 und Mindestschließmaß P_U berechnet. Die zur Berechnung benötigten positiven und negativen Höchst- und Mindestmaße der sechs Einzelmaße können der Tab. 2.1 entnommen werden.

$$P_0 = \sum_{i=1}^n |\alpha_i| \cdot G_{0_{\text{pos}_i}} - \sum_{j=1}^m |\alpha_j| \cdot G_{U_{\text{neg}_j}} = : \\ = 2,362 \text{ mm} \quad (1.7)$$

$$P_U = \sum_{i=1}^n |\alpha_i| \cdot G_{U_{\text{pos}_i}} - \sum_{j=1}^m |\alpha_j| \cdot G_{0_{\text{neg}_j}} = \\ = 0,742 \text{ mm} \quad (1.8)$$

Wie die beiden Ergebnisse zeigen, ist die Vorgabe von M_0 mit $1,55 \pm 0,8$ mm im Wesentlichen erfüllt.

Die Differenz von Höchst- und Mindestschließmaß entspricht einer arithmetischen Schließmaßtoleranz von $T_a = 1,619$ mm.

Die arithmetische Schließmaßtoleranz kann alternativ mittels der nachfolgenden Gl. (1.6) direkt berechnet werden.

$$T_a = \sum_{i=1}^k |\alpha_i| \cdot t_i = 1,619 \text{ mm} \quad (1.6)$$

Das Mittenmaß C_0 von M_0 berechnet sich mit den Einzelmittenmaßen und Koeffizienten gemäß Tab. 2.1 nach der Gl. (1.10) zu

$$C_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot C_i = 1,552 \text{ mm.} \quad (1.10)$$

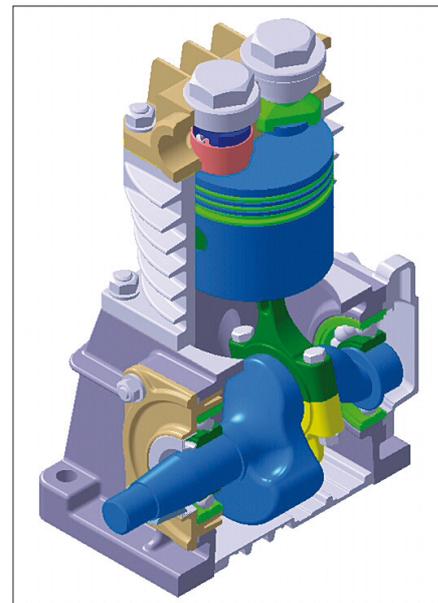


Bild 2.2

Schnittdarstellung eines Kompressors

Um dieses Mittenmaß streut dann symmetrisch das resultierende Funktionsmaß M_0 mit $\pm T_a/2$, wie auch die anschließend berechnete statistische Schließmaßtoleranz – unter der Voraussetzung, dass nur symmetrische Fertigungsverteilungen zum Tragen kommen.

Ziel einer Toleranzfestlegung muss es sein, dass alle Maßkettenglieder den gleichen Einfluss auf die Baugruppenfunktion ausüben. Für eine arithmetische Untersuchung bedeutet dies nach Gl. (2.5):

$$t_{i_{\text{opt}}} = \frac{T_a}{k \cdot |\alpha_i|} \quad (2.5)$$

Werden mittels dieses Ansatzes die arithmetischen Einzeltoleranzen bestimmt, so ergeben sich vollkommen andere Toleranzen als die zuvor festgelegten.

¹ Die mit Gl. (1....) nummerierten Gleichungen sowie die Tabelle Tab. 1.1 sind dem ersten Teil des Beitrags (vgl. Konstruktion 10–2005) entnommen.

M_i	α_i	N_i	ES/es	EI/ei	t_a	G_0	G_U	C	VT	σ^2	$u_{o/u}$
M_1 Kurbelwellenexzentrizität	-1,0288	16,5	0,1	-0,1	0,2	16,6	16,4	16,5	RV	0,00333	$\pm 1,732$
M_2 Pleuelstangenlänge	-1,0288	94	0,3	-0,3	0,6	94,3	93,7	94	TV (0,5 t)	0,01875	$\pm 2,190$
M_3 Kurbelwellengehäuse	1	47,5	0,2	0	0,2	47,7	47,5	47,6	DV	0,00166	$\pm 2,449$
M_4 Kolbenhöhe	-1	35	0	-0,2	0,2	35	34,8	34,9	NV (cp = 1)	0,00111	$\pm 3,000$
M_5 Zylinderhöhe	1	96	0,4	0,1	0,3	96,4	96,1	96,25	DV	0,00375	$\pm 2,449$
M_6 Kurbelwellenversatz	0,24209	26	0,2	-0,2	0,4	26,2	25,8	26	NV (cp = 1)	0,00444	$\pm 3,000$

Tabelle 2.1

Berechnungsparameter für den Kompressor

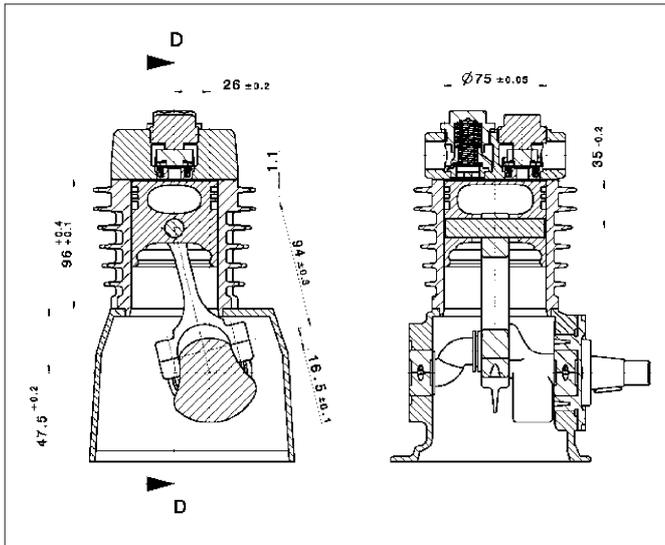


Bild 2.3
Direkte Funktionsmaße
am Kompressor

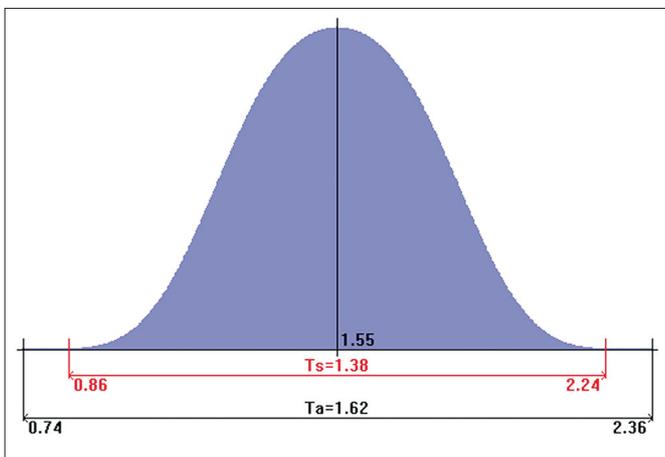


Bild 2.4
Resultierende Kompressionsspaltmaßverteilung
für die Ausgangssituation

$$t_{1\text{opt}} = \frac{1,619}{6 \cdot |-1,0288|} = 0,262$$

sowie $t_{2\text{opt}} = 0,262$, $t_{3\text{opt}} = 0,269$, $t_{4\text{opt}} = 0,269$, $t_{5\text{opt}} = 0,269$ und $t_{6\text{opt}} = 1,115$ mm.

Dieser Ansatz der Toleranzfestlegung mittels der Gl. (2.5) kann jedoch dem Entwickler nur einen ersten Hinweis geben, da bei der Festlegung die prozessspezifischen Parameter keine Berücksichtigung finden.

Wie die bisherigen Erläuterungen zeigen, wird ein Robust Design wesentlich von dem Zusammenwirken der Einzelmaße, nämlich durch die Linearitätskoeffizienten bestimmt. Hierbei

ist zu beachten, dass die Linearitätskoeffizienten nicht aus den Einzeltoleranzen sondern aus den Nennmaßen der Baugruppe bzw. Maßkette resultieren.

Dementsprechend sollte der Entwickler bestrebt sein, bereits innerhalb der Nennmaßgeometrie eine möglichst große Harmonie in den Linearitätskoeffizienten herzustellen, d.h. möglichst gleich große Koeffizienten festzulegen. Dies ist zugegebenermaßen aus konstruktiver Sicht nur sehr selten möglich.

Nach der vollendeten arithmetischen Toleranzanalyse kann die statistische Toleranzanalyse durchgeführt werden. Wie im ersten Teil

des Beitrages erläutert baut die statistische Toleranzanalyse direkt auf der arithmetischen Analyse auf. Hierfür müssen jetzt lediglich den sechs Einzeltoleranzen die statistischen Fertigungsparameter in Form von Fertigungsverteilungen zugeordnet werden.

Die Zuordnung der Verteilungstypen nach Tab. 2.1 ist hier ohne jegliche Prozessorientierung durchgeführt worden. Die verschiedenen zugeordneten Fertigungsverteilungen sollen vielmehr die allgemeine Gültigkeit dieses Lösungsansatzes aufzeigen.

Wie bereits in Teil 1, wird zur Ermittlung der statistischen Schließmaßtoleranz der Lösungsansatz der Fehlerfortpflanzung nach Gauß genutzt. Dementsprechend wird zunächst die Streuung bzw. Standardabweichung σ_0 des Funktionsmaßes M_0 nach Gl. (1.11) berechnet.

$$\sigma_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^k \alpha_i^2 \cdot \sigma_i^2} = 0,1736 \text{ mm} \quad (1.11)$$

Die benötigten Varianzen σ^2 sind für die gewählten Fertigungsverteilungen gemäß der Tab. 1.1 wie folgt zu bestimmen: Rechteckverteilung $1/12 t^2$, Dreieckverteilung $1/24 t^2$, Trapezverteilung $10/192 t^2$ und Normalverteilung $1/36 t^2$ [3].

Um die statistische Schließmaßtoleranz T_s berechnen zu können, gilt es, die Annahmewahrscheinlichkeit für das Funktionsmaß vorgeben. Für die anschließende Berechnung soll eine Annahmewahrscheinlichkeit von $P_a = 99,9936\%$ vorgegeben sein. Diese Annahmewahrscheinlichkeit korrespondiert mit der Prozessfähigkeit $c_p = 1,33$ und dem Quantil $u = 4,0$. Dementsprechend berechnet sich die statistische Schließmaßtoleranz nach Gl. (1.12) zu

$$T_s = 2 \cdot u \cdot \sigma_0 = 1,3894 \text{ mm} \quad (1.12)$$

Das graphische Ergebnis der resultierenden Dichtefunktion zeigt Bild 2.4. Hier ist die dargestellte Dichtefunktion mittels der Überlagerung – auch Faltung genannt – der sechs einzelnen Fertigungsverteilungen ermittelt worden.

Das statistische Höchstschießmaß $P_{0\text{stat}} = 2,247$ mm und Mindestschießmaß $P_{U\text{stat}} =$

M_i	$B_{\text{arith.}} [\%]$	$B_{\text{stat.}} [\%]$	$t_{\text{opt.}}$	VF	$B_{\text{opt. (arith.)}} [\%]$	$B_{\text{opt. (stat.)}} [\%]$
M_1 Kurbelwellenexzentrizität	12,70	11,69	0,274	1,37	11,68	16,66
M_2 Pleuelstangenlänge	38,10	65,85	0,346	0,57	14,77	16,66
M_3 Kurbelwellengehäuse	12,34	5,52	0,400	2,00	16,52	16,66
M_4 Kolbenhöhe	12,34	3,68	0,490	2,44	20,24	16,66
M_5 Zylinderhöhe	18,51	12,43	0,400	1,33	16,52	16,66
M_6 Kurbelwellenversatz	5,97	0,86	2,022	5,05	20,24	16,66

Tabelle 2.2

Ergebniszusammenfassung für den
Kompressor

0,857 mm kann bei einer Symmetrie der resultierenden Gesamtdichtefunktion für das Funktionsmaß mittels der Gln. (2.6) und (2.7) berechnet werden [6].

$$P_{0\text{ stat}} = C_0 + (u \cdot \sigma_0) \quad (2.6)$$

$$P_{U\text{ stat}} = C_0 - (u \cdot \sigma_0) \quad (2.7)$$

Die Ergebnisse der statistischen Toleranzanalyse zeigen, dass auch bei einer Serienfertigung mit Einhaltung der zugeordneten Fertigungsverteilungen das geforderte Funktionsmaß bei der geforderten Annahmewahrscheinlichkeit sichergestellt ist.

4 Ermittlung der Beitragsleister

Es werden bei der Beitragsleisterermittlung die arithmetischen und die statistischen Einflüsse unterschieden [7]. Die Ermittlung der individuellen prozentualen arithmetischen Beitragsleister B_i kann mit Hilfe der Gl. (1.14) durchgeführt werden.

$$B_{i\text{ arith}} = |\alpha_i| \cdot \left[\frac{t_i}{T_a} \right] \cdot 100 \quad (1.14)$$

Die arithmetischen Beitragsleister sind in Tab. 2.2 erfasst. Und darüber hinaus als blaue Balken verhältnismäßig zueinander in Bild 2.5 dargestellt.

Von größerer Bedeutung, aus fertigungs- und montagetechnischer Sicht, sind jedoch die individuellen statistischen Beitragsleister, da sie die Fertigungsprozesse mit erfassen.

Zur Ermittlung der jeweiligen prozentualen statistischen Beitragsleister B_i wird die folgende Gl. (1.15) genutzt.

$$B_{i\text{ stat}} = \alpha_i^2 \cdot \left[\frac{(u_{oM_0} - u_{uM_0})}{(u_{o_i} - u_{u_i})} \right]^2 \cdot \left[\frac{t_i}{T_s} \right]^2 \cdot 100 \quad (1.15)$$

Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tab. 2.2 erfasst und darüber hinaus als rote Balken verhältnismäßig zueinander in Bild 2.5 dargestellt.

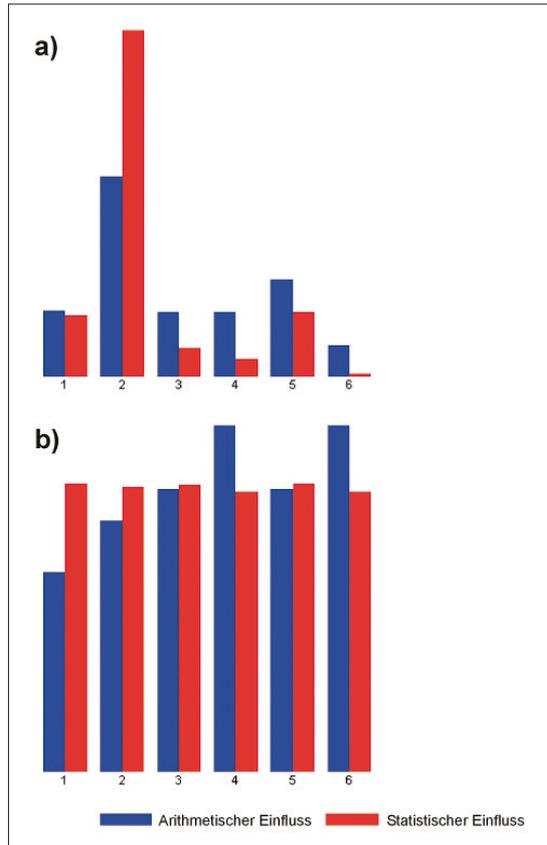


Bild 2.5
Relative Darstellung der arithmetischen (blau) und statistischen (rot) Beitragsleister; Werte nach Tab. 2.2
a) Ausgangssituation;
b) optimierte Toleranzsituation

Die ermittelten statistischen Beitragsleister in Tab. 2.2 für das Beispiel des Kompressors zeigen sehr gut, welches die Maßkettenglieder bzw. Bauteile sind, die den Kompressionsspatz signifikant beeinflussen.

Diese Kenntnisse sind für jeden Entwickler wie auch Fertiger zwingend notwendig, um ihre späteren Stellglieder zu kennen.

So zeigen die Ergebnisse in Tab. 2.2 den signifikanten statistischen Einfluss der Pleuelstangenlänge ($B = 65,85\%$), welcher sich 76-fach stärker auf den Kompressionsspatz auswirkt als der Kurbelwellenversatz ($B = 0,86\%$).

Mit der Kenntnis der vorangegangenen Inhalte wird deutlich, dass in der Produktion des Kompressors ein starkes Augenmerk auf die Funktionsmaße der Pleuelstangenlänge, der Kurbelwellenexzentrizität und der Zylinderhöhe gelegt werden muss. Wenn hier die Prozessparameter nur geringfügig

nicht eingehalten werden, kann es bei der Funktion hinsichtlich des Kompressionsspatzes direkt zu Beeinträchtigungen kommen.

5 Beitragsleisteroptimierung

Mit den vorangegangenen Erkenntnissen ist es möglich, einen Berechnungsweg abzuleiten, der „optimierte Einzeltoleranzen“ zum Ergebnis hat. Die hierfür zu beachtenden Randbedingungen sind:

- Maßkettengliederanzahl k
 - Funktionstoleranzvorgabe
 - Funktionszusammenhänge der Glieder α_i
 - Quantile der Fertigungsverteilungen (Vorgabe des Fertigungsprozesses)
 - Quantile des Funktionsmaßes (Angestrebte Prozesssicherheit für die Baugruppenfunktion)
- Beabsichtigt wird mit dieser Optimierung nach Gl. (2.8), dass die statistischen Einflüsse aller

M_i	α_i	N_i	ES/es	EI/ei	t_a	VT	σ^2	$u_{o/u}$
M_1 Kurbelwellenexzentrizität	-1,0288	16,5	0,137	-0,137	0,274	RV	0,00629	$\pm 1,732$
M_2 Pleuelstangenlänge	-1,0288	94	0,173	-0,173	0,346	TV (0,5 t)	0,00629	$\pm 2,190$
M_3 Kurbelwellengehäuse	1	47,5	0,300	-0,100	0,400	DV	0,00666	$\pm 2,449$
M_4 Kolbenhöhe	-1	35	0,145	-0,345	0,490	NV (cp = 1)	0,00666	$\pm 3,000$
M_5 Zylinderhöhe	1	96	0,450	0,050	0,400	DV	0,00666	$\pm 2,449$
M_6 Kurbelwellenversatz	0,24209	26	1,011	-1,011	2,022	NV (cp = 1)	0,11375	$\pm 3,000$

Tabelle 2.3
Berechnungsparameter für den optimierten Kompressor

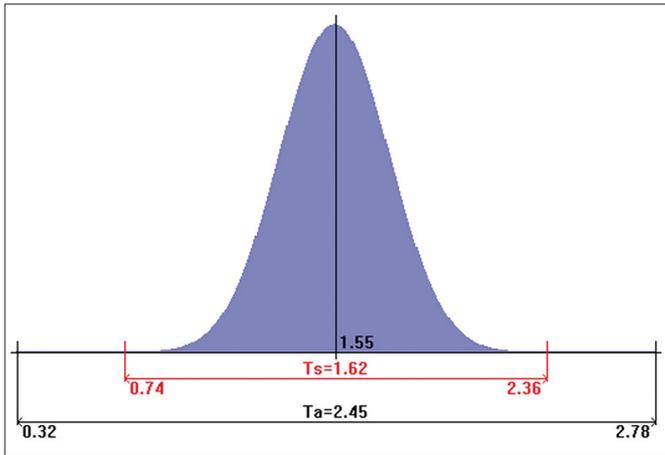


Bild 2.6

Resultierende Kompressionsspaltmaßverteilung mit optimierten Einzeltoleranzen

Formelzeichen

- α_i Linearitätskoeffizient
- σ^2 Varianz
- σ_0 Standardabweichung des Funktionsmaßes
- B_i prozentualer Beitragsleister
- c_p Prozessfähigkeit
- c_{pk} Prozessfähigkeitskennwert
- C_i Toleranzmittenmaß
- C_0 Mittenmaß des Funktionsmaßes
- e Erweiterungsfaktor
- es_i oberes Abmaß (Außenmaß)
- ei_i unteres Abmaß (Außenmaß)
- ES_i oberes Abmaß (Innenmaß)
- EI_i unteres Abmaß (Innenmaß)
- G_0 Höchstmaß
- G_U Mindestmaß
- M_i toleriertes Maß
- M_0 Schließ- bzw. Funktionsmaß
- k, n, m Anzahl der Maßkettenglieder
- N_0 Nennmaß des Schließmaßes
- P_a Annahmewahrscheinlichkeit
- P_0 Höchstschießmaß (oberes Passmaß)
- P_U Mindestschießmaß (unteres Passmaß)
- t_i arithmetische Maßkettengliedtoleranz
- $t_{i\text{opt}}$ optimierte Maßkettengliedtoleranz
- T_a arithmetische Schließmaßtoleranz
- T_s statistische Schließmaßtoleranz
- u Annahmewahrscheinlichkeit in σ -Einheiten der standardisierten Normalverteilung
- $u_{o/u}$ oberes bzw. unteres Quantil (Grenzwert in σ -Einheiten)
- VF Vergrößerungsfaktor für Einzeltoleranz

Maßkettenglieder innerhalb einer Maßkette gleich groß sind.

$$t_{i\text{opt}} = \sqrt{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{T_a}{\alpha_i} \cdot \frac{(u_{o_i} - u_{u_i})}{(u_{o_{M_0}} - u_{u_{M_0}})} \right]} \quad (2.8)$$

Wird die Optimierung nach Gl. (2.8) umgesetzt, so ergeben sich nach Tab. 2.2 enorme Erweiterungspotenziale für die Einzeltoleranzen des Kompressorbeispiels.

Die Vergrößerungsfaktoren VF zeigen beispielsweise eine 5-fache Vergrößerung der Einzeltoleranz des Kurbelwellenversatzes gegenüber der Ausgangssituation. Auch die übrigen Einzeltoleranzen, außer der Einzeltoleranz der Pleuelstangenlänge, erfahren eine deutliche Toleranzaufweitung. Die Pleuelstangenlänge müsste für dieses Beispiel auf $t_2 = 0,346$ mm eingengt werden. Grund hierfür ist die Unterdrückung des signifikanten Einflusses dieses Gliedes gegenüber der Ausgangssituation.

Interessant ist dabei, dass nicht eine Verschiebung der Toleranzen innerhalb der Maßkettenglieder vollzogen wird, sondern es tatsächlich zu einer beträchtlichen Entfeinerung der Bauteile kommt. So ist die Summe der Einzeltoleranzen innerhalb der Ausgangssituation 1,9 mm; und nach der Optimierung ergibt sich eine mehr als doppelt so große „Toleranzsumme“, nämlich 3,93 mm.

Das bedeutet aber auch, wie im Beispiel der Pleuelstangenlänge, dass eine Einzeltoleranz gegenüber ihrer ersten Festlegung eingengt werden muss. Dies ist jedoch weiter kein Hindernis, da die erste Festlegung keine Optimierung sondern eine subjektive Festlegung seitens des Entwicklers gewesen ist.

In Anwendung der Gl. (2.8) ergeben sich dann bei Vorgabe der Funktionstoleranz des Kompressionsspaltmaßes von 1,6 mm und der Prozesssicherheit c_p und $c_{pk} = 1,33$ für den Spalt die in Tab. 2.3 notwendigen Fertigungsvorgaben.

Bei der Optimierung der Einzeltoleranzen nach Gl. (2.8) sind die jeweiligen Prozessqualitäten in Form der jeweiligen Fertigungsverteilung und die prozesssicher einzuhaltende Funktionstoleranz die bestimmenden Randbedingungen.

Es kann mit T_{soll} in Gl. (2.9) jede beliebige bzw. notwendige Schließmaßtoleranz vorgegeben werden. Durch die Berücksichtigung der Quantilen in den Gln. (2.8) und (2.9) wird für die Soll-Schließmaßtoleranz implizit die Prozessfähigkeit mit vorgegeben.

$$t_{i\text{opt}} = \sqrt{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{T_{\text{soll}}}{\alpha_i} \cdot \frac{(u_{o_i} - u_{u_i})}{(u_{o_{M_0}} - u_{u_{M_0}})} \right]} \quad (2.9)$$

Damit steht mit der Gl. (2.8) bzw. Gl. (2.9) ein einfach anzuwendender Lösungsansatz zur Verfügung, der es dem Entwickler ermöglicht, eine funktions- und prozessorientierte Toleranzfestlegung durchzuführen.

6 Zusammenfassung

In der konstruktiven Auslegungsphase technischer Baugruppen darf nicht nur die Konstruktionsperspektive von entscheidender Bedeutung sein. Insbesondere in der allgemeinen wirtschaftlichen Situation und unter dem zunehmenden Wettbewerbsdruck aus den Billiglöhnländern besteht die Notwendigkeit mehr denn je, die wirtschaftlichen Aspekte der modernen Fertigungstechnologie zu fokussieren. Es gibt enorme Potenziale, insbesondere im Maschinenbau, die durch den gezeigten Lösungsansatz der Beitragsleisteroptimierung abgeschöpft werden können. So hat das Beispiel des Kompressors deutlich gezeigt, welches großes Potenzial mit einfachsten Mitteln einzusparen ist. Die Praxis zeigt selbst heute noch, trotz eines flächendeckenden CAD-Einsatzes und zahlreicher Applikationssoftware, dass in Baugruppen Einstellvorgänge festgelegt werden und diese auch innerhalb der Montage realisiert werden, obwohl diese nachweislich durch das Auftreten der statistischen Gesetzmäßigkeiten gänzlich überflüssig sind. Darüber hinaus ist zu beachten, dass Einstellvorgänge auch „Verstellvorgänge“ sein können.

Mit dem hier gezeigten Lösungsansatz der Beitragsleisteroptimierung werden sämtliche interdisziplinären Unternehmensbedürfnisse zur Umsetzung einer qualitäts- und wirtschaftlich orientierten Unternehmensstrategie sinnvoll ergänzt.

Literatur

- [1] DIN 7186 Blatt 1, Statistische Tolerierung – Begriffe, Anwendungsrichtlinien und Zeichnungsangaben, Berlin: Beuth 1974
- [2] DIN 7186 Blatt 2 (Entwurf), Statistische Tolerierung – Grundlagen für Rechenverfahren, Berlin: Beuth 1980
- [3] Kirschling, G.: Qualitätssicherung und Toleranzen, Berlin: Springer, 1988
- [4] Klein, B.; Mannewitz, F.: Statistische Tolerierung, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1993
- [5] Mannewitz, F.: Prozessfähige Tolerierung von Bauteilen und Baugruppen ein Lösungsansatz zur Optimierung der Werkstattfertigung im Informationsverbund zwischen CAD und CAQ, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 20, Nr. 256, 1997
- [6] Mannewitz, F.: Rechnerunterstützte Toleranzgebung und -optimierung, Konstruktion, Jahrgang 48, Heft 7/8, S. 205–211, 1996
- [7] Simunovic, M.; Mannewitz, F.: Schulungsunterlagen: Statistische Tolerierung in der Serienfertigung, casim Ingenieurleistungen, 2005
- [8] Papula, L.: Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1992
- [9] von Praun, S.: Toleranzanalyse nachgiebiger Baugruppen im Produktentstehungsprozess, Forschungsberichte ibw Technische Universität München, München: Herbert Utz Verlag, Nr. 171, 2003