Konstruktion 48 (1996) 205–211 © Springer-Verlag 1996

Qualitätssicherung, Konstruktionstechnik, Wirtschaftliche Fertigung

Rechnerunterstützte Toleranzgebung und -optimierung

F. Mannewitz

Inhalt Die höhere Funktionalität, die größere Zuverlässigkeit und die gestiegenen Qualitätsanforderungen technischer Produkte stellen eine neue Herausforderung an die technische Produktentwicklung. Diesen Anforderungen versucht man mit Toleranzeinengungen gerecht zu werden. Da dies aber zu einer im wesentlichen weder prozeßgerechteren noch wirtschaftlicheren Produktion führt, empfiehlt sich die statistische Tolerierung, die eine Aufweitung der Toleranzen geometrischer Maßketten ermöglicht. Der Lösungsansatz basiert auf der Einbeziehung des realen Fertigungsprozesses während des Toleranzdesigns und schließt Montagesimulationen auf dem Rechner zur Verifizierung der tolerierten Konstruktionen ein.

Computer-aided tolerancing and optimising

Abstract Higher requirements for technical products in terms of functionality, relyability and quality constitute a new challenge for product design. To meet these demands tolerances tend to be increasingly tight up to the point where products can no longer be manufactured economically or within the framework of a given process. Statistical tolerancing offers a way out of this deadlock because it enables engineers to broaden tolerances at a single delta dimensioning level without negative impact on overall product quality. The conceptual basis for this approach is the integration of actual manufacturing know-how and tolerancing in design. Using manufacturing data, preproduction computer simulations of the assembly can verify tolerable designs.

1 Einleitung

Qualität, das heißt Funktionsverhalten und Zuverlässigkeit technischer Produkte, wird wesentlich bestimmt von den Sollwerten und Toleranzen der geometrischen Merkmale von Bauteilen und Baugruppen.

Maße und Toleranzen sind darüber hinaus technische Vorschriften, die in oft erheblichem Umfang auch die Kosten der Fertigung und der Produktion sowie die Austauschbarkeit der Bauteile in der Montage beeinflussen. Die klassische Konstruktionsregel „*Toleriere so fein wie nötig und so grob wie möglich*" ist deshalb auch beim Rechnerunterstützten Konstruieren (CAD) ein Muß für den Konstrukteur. Doch CAD-Programme orientieren sich an der Geometriebeschreibung und bieten in der Regel keine Möglichkeit, funktionelle Maßketten zu erkennen, zu berechnen und toleranztechnische Zusammenhänge zu klären.

Die Tolerierung von Längen- und Flächenmaßen wird deshalb häufig durch die formale Übernahme von Toleranzen aus vorliegenden Konstruktionen bzw. nach den Erfahrungswerten des Konstrukteurs vorgenommen. Hinsichtlich der Funktionseigenschaften werden die Geometrietoleranzen auf diese Weise meist zu klein festgelegt. Damit beeinträchtigen sie in einem wesentlichen Maße die Wirtschaftlichkeit der Teilefertigung.

Ziel dieses Aufsatzes ist es, dem Anwender mit der *Statistischen Tolerierung*" eine präventive Qualitätstechnik vorzustellen, die es ihm ermöglicht, Toleranzen für Qualitätsmerkmale so festzulegen, daß die Funktionseigenschaften der Bauteile, Baugruppen und der Endprodukte gesichert werden und gleichzeitig eine wirtschaftliche Fertigung und Prüfung möglich sind.

2 Allgemeines

Tagtäglich stellt sich für den Konstrukteur die Herausforderung in der Vergabe möglichst wirtschaftlicher Toleranzen aufs neue. Die klassische Vorgehensweise im Konstruktionsprozeß ist über die Phasen Konzept, Entwurf, Gestaltung bis hin zur Detaillierung gegeben. Aus diesen verschiedenen Phasen heraus sollte ein Konstruktionsprozeß möglichst methodisch aufgebaut sein. Daher gilt es zunächst, ausgehend von einer Anforderungsliste prinzipielle Lösungsansätze mit dem Ziel zu entwickeln, sie im folgenden durch Grob- und Feingestaltung zu realisieren. Dabei müssen sich die konstruktiven Festlegungen und Entscheidungen an den Forderungen und Wünschen der Anforderungsliste orientieren.

Einen primären Angriffspunkt zur Kostenreduzierung bilden die Bereiche Fertigung und Montage, indem die Produkte unter Sicherstellung der Produktqualität „entfeinert" werden. So zeigen zahlreiche Untersuchungen an ausgeführten Konstruktionen, daß die Toleranzen in den meisten Fällen zu klein gewählt werden.

Dies zeigt die hohe Kostenverantwortung des Konstrukteurs, die heute mehr und mehr unter Druck gerät, nicht zuletzt, weil durchschnittlich 70% der Herstellkosten für ein Produkt bereits in der Konstruktion festgelegt werden. Darüber hinaus gibt die Konstruktion die Produktqualität vor. Diese Vorgaben haben in der Betrachtung des Lebenszyklus eines Produkts entscheidenen Einfluß. So entstehen (u.a. nach [1]) 60% aller Fehler, die zu Qualitätsmängeln führen, bereits in der Planung.

Die vorgegebene Produktqualität muß sich überdies auch in einem fehlerfreien Produktionsprozeß realisieren lassen. Die damit verbundene Qualitätssicherung im Produktionsbereich darf sich jedoch nicht nur in der Einhaltung der vorgegebenen Toleranzen widerspiegeln, sondern auch darin, daß der gesamte Produktionsprozeß so gesteuert wird, daß das zu fertigende Produkt den in der Produktdokumentation definierten Merkmalen entspricht. Dies setzt voraus, daß bereits in der Produktentwicklung die Belange und Möglichkeiten der Produktion berücksichtigt werden. Die Baugruppen oder Produkte müssen folglich

- fertigungstechnisch fehlerfrei realisierbar,
- montagegerecht,

Dr.-Ing. Frank Mannewitz
casim GmbH & Co. KG, Heinrich-Hertz-Str. 3b, D-34123 Kassel

Geschäftsführer der casim GmbH & Co. KG, Kassel

- prüfgerecht und
- kostengerecht

sein.

Für die Beurteilung der kostenmäßigen Auswirkung eines einzuhaltenden Toleranzfeldes ist die Kenntnis der zugehörigen Kostenfunktion erforderlich. Der sich dabei einstellende Kostenfunktionsverlauf weist in eingehenden Untersuchungen trotz unterschiedlicher Fertigungsverfahren und Materialien qualitativ die gleiche Tendenz auf, nämlich einen hyperbolischen Funktionsverlauf zwischen Toleranz und Kosten. Hiernach gilt die Faustregel für einen Toleranzbereich <0,01 mm, daß sich bei einer Halbierung der Toleranz die Fertigungskosten vervierfachen.

Bestimmt werden die Fertigungskosten im eigentlichen von den Einflußgrößen

- Fertigungsverfahren,
- Stückzahl,
- Werkstoff,
- Nennmaßbereich und
- Toleranz [2].

Dabei stellt sich die Einflußgröße „Toleranz“ als wesentlicher Ansatzpunkt zur Kostenreduzierung heraus, weil die anderen Einflußfaktoren durch das konstruktive Umfeld und die zu produzierende Anzahl des Bauteils bereits vorgegeben sind.

Hiernach sollte das Ziel einer qualitäts- und wirtschaftlich orientierten Unternehmensphilosophie in der Form erreicht werden, daß

- seitens der Konstruktion möglichst *weite Toleranzen* festgelegt und
- diese seitens der Fertigung *nicht ausgenützt* werden.

Dies bedingt, über die gegenwärtige Tolerierungspraxis nach dem *Maximum-Minimum-Prinzip* nachzudenken und alternative Tolerierungsmethoden wie die *statistische Tolerierung* in die Betrachtung einzubeziehen, um damit die Umsetzung eines qualitäts- und wirtschaftlichen Fertigungsprozesses sicherzustellen.

3
Arithmetische Tolerierungsmethode

Die Toleranzrechnung dient der Bewertung einzelner unabhängiger Toleranzen, die innerhalb eines komplexen Teilsystems, d.h. einer Baugruppe, zusammenwirken und damit die Funktion dieses Systems beeinflussen. Ziel ist es, die Akkumulation der einzelnen Teile bzw. Maße mit ihren geometrischen Abweichungen bezüglich der Auswirkung auf ein geometrisch definiertes Merkmal hin zu betrachten. Dieses definierte Merkmal ist innerhalb einer linearen Akkumulation von Toleranzen die Schließmaßtoleranz. Die geometrische Anordnung wird hier als Maßkette bezeichnet.

Für die Ermittlung des Schließmaßes wird vom Konstrukteur eine simulierte Montage der Baugruppe vorgenommen, wie die vereinfachte Darstellung in Bild 1 zeigt. Simulierend ordnet der Konstrukteur dabei jedem funktionsbeeinflussenden Merkmal der Maßkette seine zulässigen Abweichungen zu und ermittelt anschließend, ob die Funktion der komplettierten Baugruppe bei Vorlage der Abweichungsextrema noch gewährleistet ist. Er analysiert dabei das Problem und führt somit eine Toleranzanalyse durch. Treten dabei die Abweichungsextrema aller Einzelmaße in derselben Richtung auf, so ist dieser Fall als „worst case“ definiert.

Die Toleranzfestlegung nach der Methode der *Arithmetischen Toleranzanalyse* ist seit der Einführung des ISO-Passungssystems in allen Konstruktionsabteilungen verbreitet. Diese am häufigsten angewandte Methode wird häufig auch als

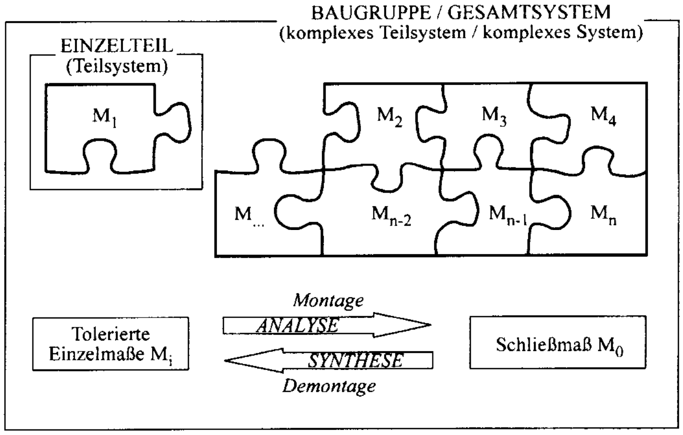

Bild 1. Vereinfachte Darstellung einer Montagesimulation

- Minimum-Maximum-Prinzip,
- Extremwert-Methode oder
- Methode der absoluten Austauschbarkeit

bezeichnet. Für die Ermittlung der arithmetischen Schließmaßtoleranz T_a einer Baugruppe werden die direkten Funktionsmaße, die in Interaktion treten und die Maßkette bilden, hinsichtlich ihrer Toleranzen t_{a_i} addiert.

$$T_a = \sum_{i=1}^{k} t_{a_i}. \tag{1}$$

k gibt die Anzahl der arithmetischen Einzeltoleranzen einer Maßkette außer der des resultierenden Schließmaßes wieder.

Unter der Voraussetzung einer größeren Anzahl von Maßkettengliedern, sprich Einzeltoleranzen, ergeben sich folgende Nachteile:

- Je größer die Anzahl der Maßkettenglieder ist, desto größer wird auch die Schließmaßtoleranz bei fertigungstechnisch notwendigen Einzeltoleranzen.
- Diese Schließmaßtoleranz bedingt in der Regel immer kleiner werdende Einzeltoleranzen, wenn sie funktionsbedingt festgelegt ist. Dies hat zur Folge, daß Einzeltoleranzen oft nicht mehr mit wirtschaftlichen Methoden herzustellen sind.

Je mehr Glieder also eine Maßkette bilden, desto nachteiliger erweist sich das Minimum-Maximum-Prinzip.

4
Statistische Tolerierungsmethode

Die zuvor genannten fertigungstechnischen und wirtschaftlichen Zwänge hat der Ausschuß für Toleranzen und Passungen des Deutschen Normenausschusses im August 1974 aufgrund verschiedener Veröffentlichungen zum Themenkreis auch erkannt. Die entsprechende Norm DIN 7186, Teil 1 hat den Titel „Statistische Tolerierung; Begriffe, Anwendungsrichtlinien und Zeichnungsangaben“. Mit ihr sollte der Konstrukteur die Fertigungsgegebenheiten bei der Toleranzvergabe besser berücksichtigen können. So sagt diese Norm [3] u.a. aus: „Immer, wenn mehrere Längenmaße oder auch andere Meßgrößen ein für die Eigenschaft des Erzeugnisses bestimmtes Maß bilden – in dieser Norm als Schließmaß bezeichnet –, sollte *statistisch toleriert* werden.“

Da sich der Inhalt dieser Norm nahezu nur auf Begriffe und Anwendungsrichtlinien der statistischen Tolerierung und die Zeichnungseintragung für statistische Toleranzen beschränkt, folgte im Januar 1980 als Entwurf ein Teil 2 mit dem Titel „Statistische Tolerierung; Grundlagen für Rechenverfahren“.

Zielsetzung dieser beiden Normenblätter ist es, gerade in der Serienfertigung zu einer extrem kostengünstigen Herstellung bei guter Ausführungsqualität zu gelangen. Erreicht wird dies durch die Berücksichtigung der Fertigungsverteilungen innerhalb der Toleranz der jeweiligen Einzelteile, d.h., hierbei wird die Lage der Istmaße innerhalb der Toleranzfelder analysiert und fließt als Fertigungsverteilung in die Toleranzrechnung mit ein.

Damit wird die zu errechnende statistische Schließmaßtoleranz T_s in ihrem Resultat kleiner sein als die eingangs erwähnte arithmetische Schließmaßtoleranz T_a. Dies hat unter der Vorgabe der arithmetischen Einzeltoleranzen zur Folge, daß die Fertigung bei der Einhaltung dieser Toleranzen genauer fertigt, als sie im eigentlichen Sinne fertigen müßte, da sich bei der anschließenden Montage der Bauteile ein kleineres Funktionstoleranzfeld ergeben wird als unter der Aufsummierung der Einzeltoleranzen.

Die hierfür ursächlichen Gesetzmäßigkeiten sind laut DIN 7186, Teil 2 [4]
- das Abweichungsfortpflanzungsgesetz,
- der Zusammenhang zwischen den Standardabweichungen und den Toleranzen sowie
- der Zentrale Grenzwertsatz.

Errechnet wird die statistische Schließmaßtoleranz T_s einer Baugruppe, wie vorab bemerkt, unter Einbeziehung der jeweiligen Häufigkeitsverteilung der Einzelistmaße innerhalb der Toleranzfelder. Danach ergibt sich die statistische Schließmaßtoleranz zu

$$T_s=2\,u\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}\right)<T_a. \qquad (2)$$

Bei der in Gl. (2) verwendeten Variablen sind mit σ_i^2 die Varianzen, d.h. die Abweichungsquadrate, und mit u die Zufallsvariable der normierten Normalverteilung, d.h. der Gutanteil der zu komplettierenden Baugruppen, in σ-Einheiten anzugeben. (Eine normierte Zufallsvariable hat den Mittelwert 0 und die Varianz 1.) Üblicherweise wird mit $u=3$ eine Annahmewahrscheinlichkeit von 99,73% gewählt. Dies entspricht einer Prozeßfähigkeit von $c_p=1{,}0$.

Der Umstand, daß die tatsächliche Schließmaßtoleranz kleiner sein wird als die summierten Einzeltoleranzen, ermöglicht eine Vergrößerung der einzelnen Toleranzen, die die Maßkette bilden. Der Erweiterungsfaktor e ergibt sich aus dem Quotienten aus arithmetischer und statistischer Schließmaßtoleranz.

$$e=\frac{T_a}{T_s}>1. \qquad (3)$$

Entsprechend gilt für die Methode der Statistischen Toleranzanalyse, daß ihre Anwendung desto vorteilhafter ist, je mehr Glieder die Maßkette hat.

Mit der Anwendung der erweiterten mathematischen Ansätze in [7] kann das Erweiterungspotential darüber hinaus selektiv aufgeteilt werden. Danach können praxisnahe Montageabläufe, wie die Integration von Norm- und/oder Zulieferteilen innerhalb der zu berechnenden Maßkette, erfaßt werden. An bereits realisierten Baugruppen zeigte sich, daß diese Art der Ausführung von Ergebnissen nicht selten eine Verdopplung der jeweiligen Toleranzfelder ergab. Wegen der Kausalität zwischen Toleranzen und Herstellkosten führte dies in den analysierten Anwendungsfällen zu einem enormen Einsparungspotential.

Damit ist für die Anwendung von Gl. (2) eine wesentliche Restriktion vorgegeben: Die zu berechnende Maßkette muß bei Vorlage *beliebiger* Fertigungsverteilungen aus mindestens fünf Einzelmaßen bestehen. Ist dies nicht der Fall, müssen die Istmaßverteilungen der jeweiligen Einzelmerkmale in ihrem Toleranzfeld einer Normalverteilung mit einer Streuung von $\pm 3\sigma$ entsprechen; denn die Anwendung der Gl. (2) setzt voraus, daß die Istmaßverteilung des Schließmaßes normalverteilt ist. Diese Voraussetzung ist jedoch nur dann gegeben, wenn die zuvor angeführte Bedingung erfüllt ist. Eine Nichtbeachtung dieser Regel hat ein falsches Ergebnis zur Folge, das dazu führen kann, daß die statistische Schließmaßtoleranz größer ist als die arithmetische.

Es ist also notwendig, bereits im Vorfeld der Toleranzrechnung über Informationen der späteren Istmaßverteilungen der jeweilig zu fertigenden Merkmale zu verfügen. Die DIN 7186, Teil 1 [3] sagt hierzu aus: „Erfahrungsgemäß häufen sich die Istwerte eines Maßes um einen zentralen Wert, der meist im mittleren Bereich des Toleranzfeldes liegt.“ Dieser Sachverhalt drückt allenfalls die Symmetrie einer zu erwartenden Verteilung aus, jedoch wird mit den angeführten Verteilungsformen Rechteck-, Dreieck-, Normal- und Mischverteilung ein Hinweis auf etwaig zu nutzende Verteilungsformen gegeben.

Die Art und die Form einer Verteilungsform spiegeln die Qualität einer Fertigung wider. Grundsätzlich ist bekannt, daß bei Fertigungsprozessen, bei denen die Parameter des Mittelwertes und die der Standardabweichungen konstant bleiben, in der Regel wegen der vielen Einflußgrößen *normalverteilte* Fertigungslose erzeugt werden. Verschiedene Arten von Istmaßverteilungen innerhalb eines Toleranzfeldes zeigt Bild 2. Es zeigt in Ergänzung zu den bereits genannten Verteilungsformen die Trapezverteilung zur Approximation der Langzeitverschiebung des Mittelwertes des kurzzeitig normalverteilten Merkmals sowie das Histogramm als ausgewertetes Ergebnis einer Statistical Process Control- (SPC) Aufnahme.

Diese verschiedenen Arten von Verteilungsfunktionen zeigen, daß die pauschale Anwendung der Gl. (2) zur Bestimmung der statistischen Schließmaßtoleranz so nicht angewandt werden sollte. Mit der Vorlage von Einzelverteilungen,

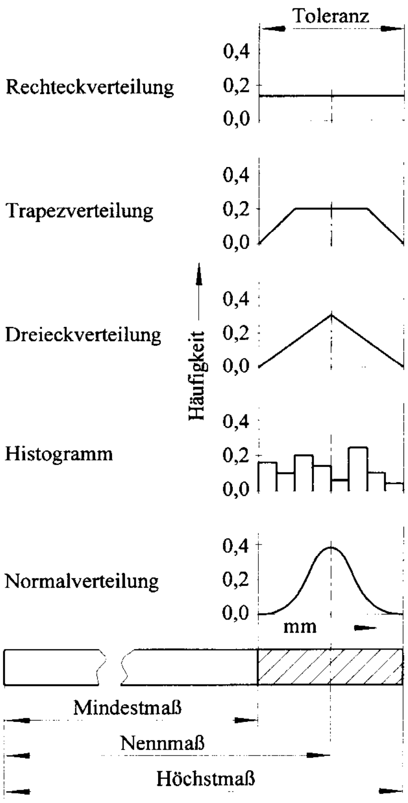

Bild 2. Verschiedene Arten von Istmaßverteilungen innerhalb eines Toleranzfeldes

die nicht einer Normalverteilung entsprechen, gleicht auch die resultierende Gesamtdichtefunktion aus ≤4 Einzelverteilungen nicht wie in Gl. (2) verlangt einer Normalverteilung. Ein allgemeingültiger Lösungsansatz zur Ermittlung der Häufigkeitsverteilung des Schließmaßes ist daher nur über das Faltungsintegral nach Gl. (4) gegeben. Das exakte Erweiterungspotential der Einzeltoleranzen orientiert sich stets an der vorzugebenden Annahmewahrscheinlichlichkeit wie auch an der resultierenden Istmaßverteilung des Schließmaßes, der sogenannten Gesamtdichtefunktion.

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y)\, f_x(z-y)\, \mathrm{d}y. \tag{4}$$

Die Lösung des Faltungsintegrals nach Gl. (4) stellt sich als relativ kompliziert dar. So werden beispielsweise für das gezeigte Beispiel in Bild 3 zwei rechteckig verteilte Dichtefunktionen miteinander gefaltet. Das Faltungsintegral wird dabei auf dem folgenden Wege grafisch gelöst: Die Funktion $f_y(z-x)$ wird, wie in Bild 3 unten links gezeigt, um ein bestimmtes z verschoben. Hiernach wird die Größe der Fläche unter den beiden Verteilungskurven bestimmt, die beiden gemeinsam ist. Die überlagerte Fläche beider Verteilungen entspricht der jeweils schattierten Fläche. Diese Ermittlung wird nach und nach für alle z wiederholt. Die sich dabei für jede Stelle z ergebende Flächengröße ist gleich dem Faltungsintegral an dieser Stelle z.

Das in Bild 3 gelöste Faltungsintegral könnte dem praktischen Anwendungsfall einer Welle-Nabe-Verbindung entsprechen. Hier würden dann die Istmaßverteilungen der gefertigten Wellenaußen- wie auch der Nabeninnendurchmesser bei gleich großen Toleranzfeldern rechteckig verteilt sein. Danach ergibt sich die Istmaßverteilung des Schließmaßes, d.h. der Passung, zu einer Dreieckverteilung,

Das Faltprodukt in Bild 3 zeigt, daß die Extrema in Form der Toleranzgrenzen nur in einer sehr geringen Häufigkeit existieren. Diese wird noch geringer werden, wenn entweder die beiden Istmaßverteilungen eine andere Verteilungsfunktion aufweisen (z.B. Dreieckverteilung) oder das Faltprodukt sich aus mehr als zwei Einzelverteilungen ergibt. Ist letzteres der Fall, so wird das Faltprodukt in der Vorgehensweise bestimmt, daß zunächst das Produkt von zwei Häufigkeitsverteilungen ermittelt und anschließend mit der dritten Verteilung bis k Einzelmerkmale gefaltet wird.

Die sich im Ergebnis einstellende statistische Schließmaßtoleranz läßt damit über den zu bestimmenden Erweiterungsfaktor e eine Vergrößerung der Einzeltoleranzen der zu berechnenden Maßkette zu. Abhängig ist das Vergrößerungspotential der Einzeltoleranzen dabei von der Anzahl der Maßkettenglieder und von den jeweiligen Häufigkeitsverteilungen. Eine geometrische Interpretation gibt Bild 4 wieder.

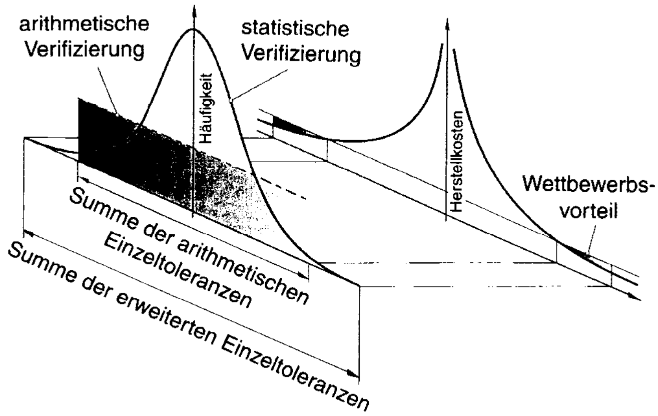

Bild 4. Gesamtdichte- und Kostenfunktion

Damit erzielt der Anwender der *Statistischen Tolerierung* über einen baugruppenorientierten Lösungsansatz in der Serienfertigung unter Sicherstellung funktions-, prozeß-, prüf- und kostengerechter Toleranzen einen enormen Wettbewerbsvorteil gegenüber seinen Konkurrenten.

5 Problemlösung linearer Maßketten

Die statistische Tolerierung läßt sich bevorzugt in der Serienfertigung anwenden. Maßgebend ist hierbei, daß durch eine zufällige Auswahl eines Einzelteils aus einer größeren Anzahl von Einzelteilen, d.h. einer Losgröße, nicht die jeweiligen Extrema bei der Montage aufeinandertreffen. Diesem baugruppenorientierten Konstruktionsprozeß ist es letzten Endes zu verdanken, daß die Funktionsqualität der Baugruppe und nicht die der Einzelteile in den Vordergrund gestellt werden kann, was in der Auswirkung größere Einzeltoleranzen innerhalb einer linearen Maßkette zuläßt, ohne dabei die Funktionsqualität der Baugruppe zu beeinträchtigen. Anhand des Beispiels Scheibenkupplung nach Bild 5 soll dieser Sachverhalt im folgenden verifiziert werden.

Für die Sicherstellung der Funktionalität der gezeigten Baugruppe ist es notwendig, daß zwischen den beiden Kupplungssegmenten nach der Montage ein Zwischenraum

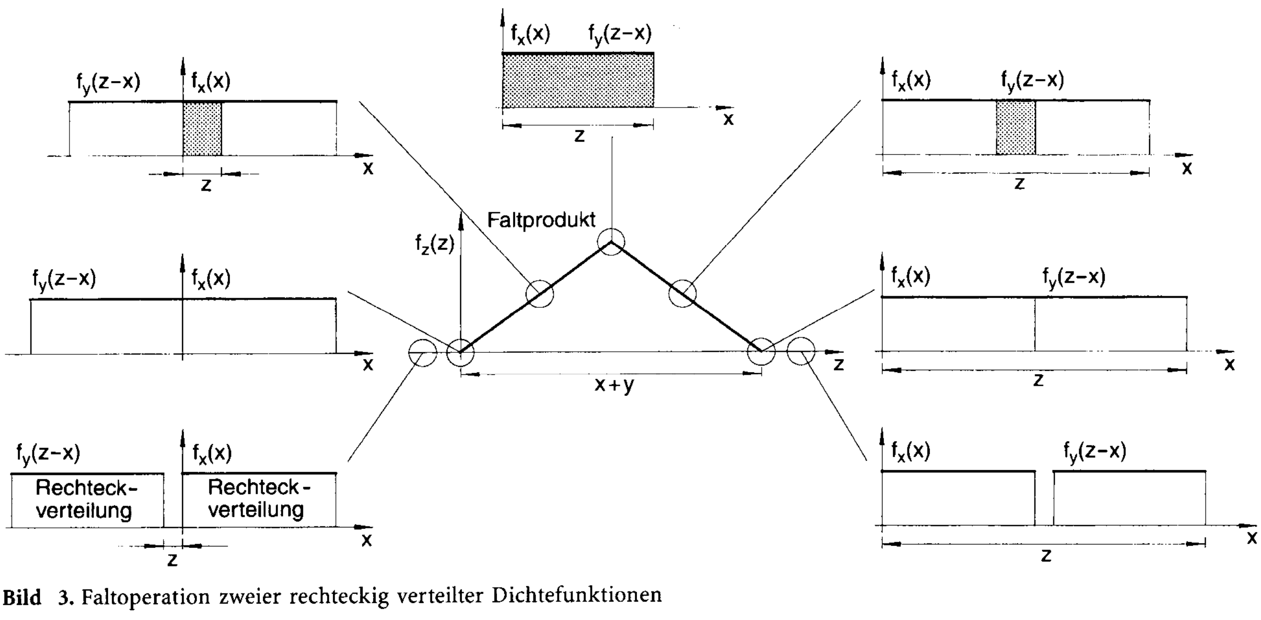

Bild 3. Faltoperation zweier rechteckig verteilter Dichtefunktionen

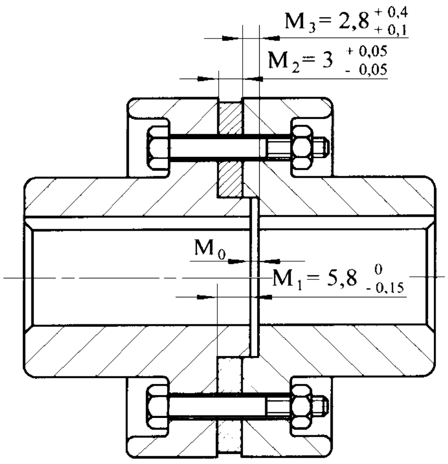

Bild 5. Dreigliedrige lineare Maßkette am Beispiel Scheibenkupplung

vorhanden ist, um damit eine gleichmäßige Planauflage des Zwischenrings zu gewährleisten. Dieses gesuchte Maß M_0 steht in Abhängigkeit vom Höhenmaß M_1 des Führungsabsatzes des linken Kupplungssegments, der Einstichtiefe M_3 des rechten Segments und der Dicke M_2 des Zwischenringes.

Wenn nun die Funktionserfüllung einer Baugruppe sichergestellt sein muß, so gilt es zunächst, nach der Dimensionierung der Nennmaße die jeweiligen Toleranzen zuzuordnen, um daran anschließend die Schließmaßtoleranz zu bestimmen. Für das gezeigte Beispiel ergibt sich die gesuchte arithmetische Schließmaßtoleranz zu

$$T_a = \sum_{i=1}^{3} t_{a_i} = 0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}55 \text{ mm}. \tag{5}$$

Für die Verifikation des statistischen Lösungsansatzes ist hier bewußt eine Maßkette mit weniger als fünf Maßkettengliedern gewählt worden, weil bei einer solch kleinen Anzahl von Maßkettengliedern die Gesetzmäßigkeit des Zentralen Grenzwertsatzes noch nicht zulänglich zum Tragen kommt. So sollen für die durchzuführende Toleranzanalyse die Istmaßverteilungen in den jeweiligen Toleranzfeldern wie folgt zugrunde liegen: M_1 symmetrische Dreieckverteilung (DV), M_2 Rechteckverteilung (RV) und M_3 Normalverteilung (NV) mit einer Prozeßfähigkeit von $c_p = 1{,}0$.

Die statistische Schließmaßtoleranz ergibt sich dann unter Berücksichtigung dieser Vorgaben nach dem in Gl. (4) angezogenen Faltungsintegral mit Hilfe eines numerischen Lösungsverfahrens zu $T_s = 0{,}378$ mm. Damit füllt das statistische Toleranzfeld – bei einer Annahmewahrscheinlichkeit von 99,73% – nur zu 68,7% das arithmetische Toleranzfeld von 0,55 mm aus. Dies ermöglicht eine Erweiterung der drei Einzeltoleranzen jeweils um den Erweiterungsfaktor $e = 1{,}45$, ohne daß dabei die Funktion der Baugruppe beeinträchtigt wird. In Form der ISO-Toleranzreihe bedeutet dies jeweils eine Toleranzqualitätsvergrößerung um eine Qualitätsstufe. Die sich hieraus ableitenden Abmaße sind Tabelle 1 zu entnehmen. Die grafische Interpretation des Ergebnisses zeigt Bild 6.

Anhand des Beispiels wird die Idee dieses Lösungsansatzes deutlich, die im Kern darin besteht, bei gleicher Funktionalität stets die Einzeltoleranzen der sich bildenden Maßkette zu erweitern. Für das beschriebene Beispiel Scheibenkupplung bedeutet dies, daß die drei Einzeltoleranzen um jeweils 45% vergrößert werden können. Die sich aus dieser Beispielrechnung ableitenden Kostenvorteile in der Fertigung sprechen für sich. Sie sollten Anlaß sein, die eigene Produktpalette alternativ mit der Statistischen Tolerierung abzuklopfen, um noch verborgene Kostenpotentiale freizusetzen.

Das hier exemplarisch gezeigte Beispiel dient der Nachvollziehbarkeit und ist bewußt auf wenige zu komplettierende Einzelteile beschränkt. Demgegenüber stellen sich in der Praxis die Probleme häufig komplexer dar. Umso wichtiger ist dann die mathematische Aufbereitung, denkt man hier an die durchzuführenden Faltungsoperationen sowie die Darstellung und Dokumentation mit Hilfe des Rechners.

6 Rechnerunterstützte Toleranzrechnung

Die Erarbeitung von mathematischen Grundlagen zur Beschreibung von Interaktionen direkter Funktionsmaße war hier von besonderer Bedeutung. Die mathematischen Lösungsansätze berücksichtigen auch den *Informationsverbund zwischen CAD und CAQ*. Der sich daran anschließende rechnerunterstützte Lösungsansatz zur Toleranzanalyse und -synthese wurde zunächst als *autarkes System* über die interaktive Eingabe seitens des Konstrukteurs auf PC-Basis realisiert.

Das Programmsystem LITOAN hat sich in der Praxis in zahlreichen namhaften Firmen bewährt. In diesen Unternehmen werden mit Hilfe des Programmsystems tagtäglich Fertigungskosten in beträchtlichem Maße gesenkt, indem die

Tabelle 1. Ergebnisdarstellung der Toleranzanalyse

Maß	Nennmaß	arith. Toleranz	ISO-Toleranz	oberes Abmaß	unteres Abmaß	statistische Toleranz	ISO-Toleranz	oberes Abmaß	unteres Abmaß
M_1	5,8	0,15	IT 12	0,000	−0,150	0,218	IT 13	0,034	−0,184
M_2	3,0	0,10	IT 12	0,050	−0,050	0,146	IT 13	0,073	−0,073
M_3	2,8	0,30	IT 14	0,400	0,100	0,436	IT 15	0,468	0,032

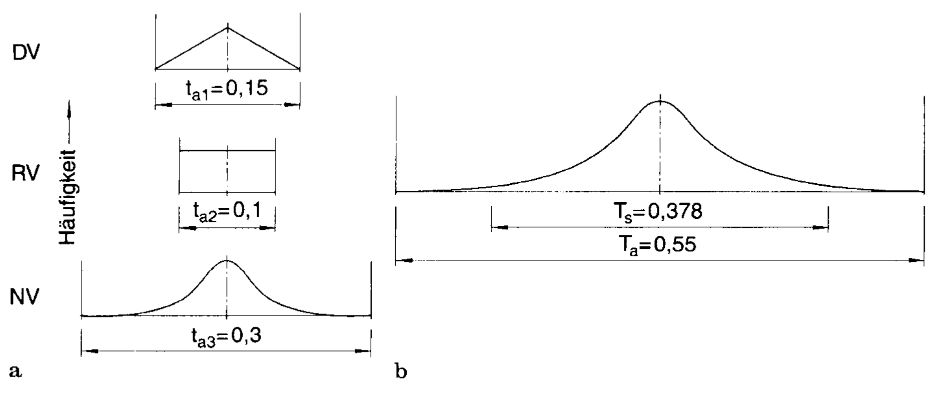

Bild 6a, b. Dichtefunktionen der Einzelmerkmale und resultierende Gesamtdichtefunktion für das Beispiel Scheibenkupplung. **a** Istmaßverteilungen der Einzelmerkmale; **b** resultierende Schließmaßverteilung

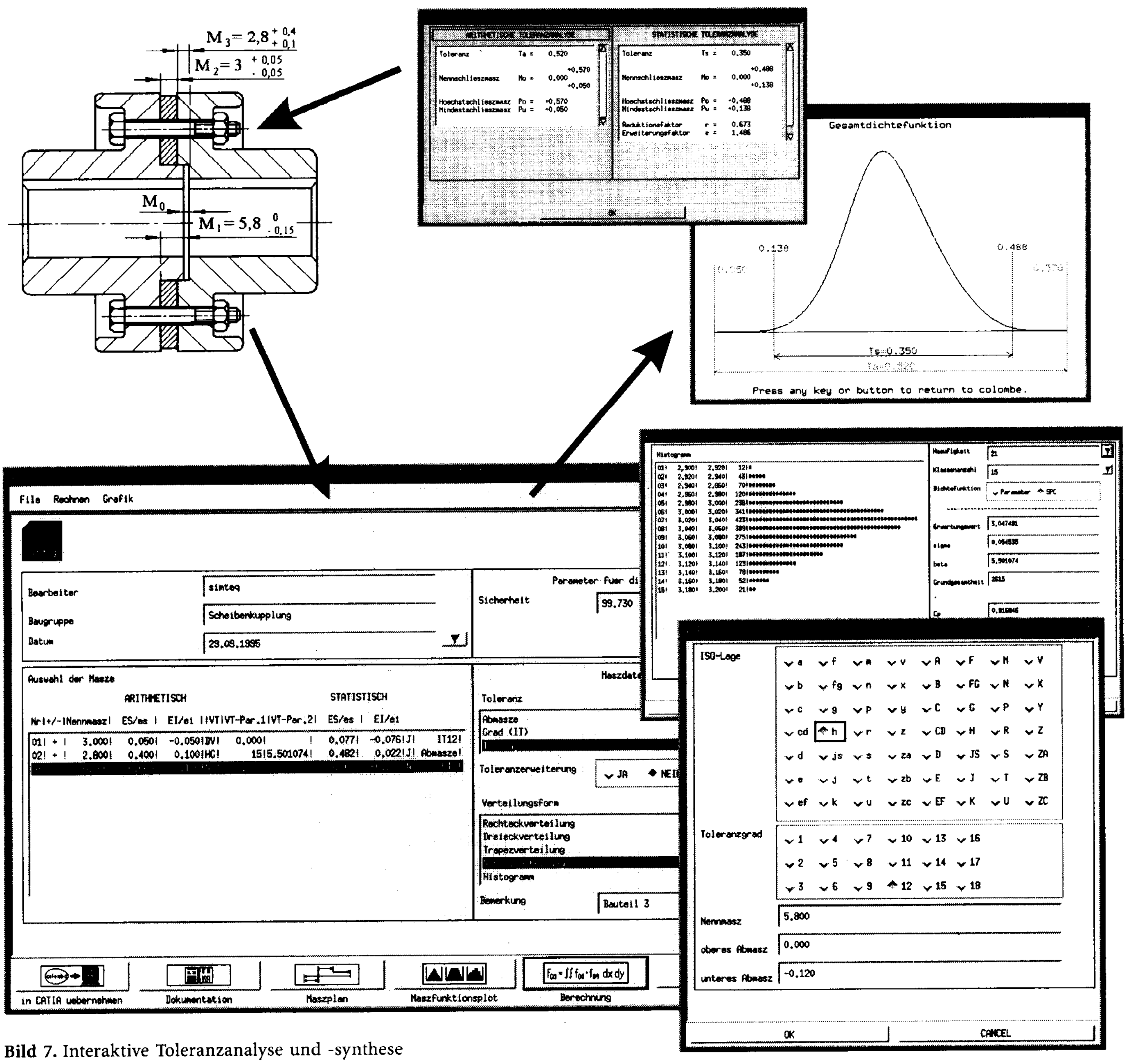

Bild 7. Interaktive Toleranzanalyse und -synthese

Toleranzen von geometrischen Maßketten aufgeweitet werden. Die Weiterentwicklung von LITOAN führte somit zweifelsfrei zu einer CAD-integrierten Lösung, in die die Erkenntnisse und die praxisnahen Informationen eingeflossen sind.

Als Integrationsumgebung für das entwickelte Toleranzmodell wurde das CAD-System CATIA V4 gewählt. Das integrierte Toleranzanalyse- und Syntheseprogramm ermöglicht es, die Geometrie- und Toleranzdaten aus der Redundanz des Entwurfs einer Fertigungszeichnung zu nehmen, um sie anschließend dem Toleranzrechenmodul zuzuführen. Nach der Berechnung der Toleranzen werden sie automatisch zurückgeschrieben. Da eine eingehende Darstellung des Systems an dieser Stelle zu weit führen würde, müssen die in Bild 7 wiedergegebenen Screenshots die interaktive Vorgehensweise illustrieren.

Der Toleranzmodul ist in seiner gegenwärtigen Version in der Lage, die Analyse und Synthese der Längenmaßtoleranzen bzw. anderer Abweichungen sowie ihre Wechselwirkungen mit den zu tolerierenden Form- und Lageeigenschaften der Bauteilgeometrieen selbständig zu erkennen. Darüber hinaus werden erforderliche Informationen zur Toleranzfestlegung wie Toleranzen und Passungen nach DIN ISO 286, IT-Grundtoleranzen nach DIN 7151, ISO-Toleranzfeldlagen nach DIN 7157 und Allgemeintoleranzen nach DIN ISO 2768 bereitgestellt.

Gerade in der Toleranzsynthese, bei der unter Vorgabe der Funktionstoleranz einer Baugruppe die notwendigen Einzeltoleranzen selbständig bestimmt und anschließend durch ihre jeweiligen Abmaße ausgewiesen werden, ist ein enormes Einsparungs- sowie Vereinfachungspotential gegeben. Die in diesem Programm implementierten Optimierungsmethoden decken die grundsätzlichen Aufgabenstellungen in Form von

- Toleranzsimulationen,
- Toleranzkontrollrechnungen,
- Toleranzaufteilungen und
- Neutolerierungen

ab. Der zur Verfügung stehende Toleranzmodul eignet sich ideal für die

- Optimierung des Fertigungs- und Montageaufwands,
- Sicherung der Automatisierbarkeit des Montageprozesses sowie
- Sicherstellung der DIN ISO 9000 ff. hinsichtlich der Qualitätsmanagementelemente *Designlenkung*, *Prozeßlenkung*, *Statistische Methoden* und *Qualitätsaufzeichnungen*.

7
Zusammenfassung

Die Forderung nach einer hohen Erzeugnisqualität bei gleichzeitig niedrigen Fertigungskosten muß nicht zwangsläufig ein Widerspruch sein. Gerade in der Serienfertigung lassen sich aufgrund statistischer Begebenheiten die „Worst case"-Betrachtungen vermeiden. Dies trägt dazu bei,

- die *Gesamttoleranz* einer geometrischen Maßkette einzuengen oder
- die *Einzeltoleranzen* der Maßkette *aufzuweiten* oder
- in Abstimmung beides gleichzeitig durchzuführen.

Damit ermöglicht die Berücksichtigung statistischer Gesetzmäßigkeiten die baugruppenorientierte Toleranzvergabe mit dem Ziel, die Toleranzfelder von geometrischen Maßketten zu vergrößern, um gleichzeitig die Kostenspirale zu durchbrechen. Dies könnte bei vielen Herstellern technischer Produkte zu einer Reduzierung der Fertigungskosten um bis zu 10% führen.

Das bedeutet, daß aufgrund der positiven Erfahrungen bzw. Erfolge in Japan und den USA die Toleranzharmonisierung und -festlegung künftig weniger nach den traditionellen Vorgaben der Konstrukteure erfolgen sollte, sondern vielmehr nach den realen Vorkommnissen in der Fertigung. Denn die ursprünglichen Vorgaben basieren im wesentlichen auf Werknormen, Konstruktionsanweisungen, Erfahrungen aus vorangegangenen Konstruktionen sowie dem Sicherheitsdenken des Konstrukteurs.

Literatur

1. **Braunsperger, M.; Ehrlenspiel, K.:** Qualitätssicherung in Entwicklung und Konstruktion. Konstruktion 45 (1993) 397–405
2. **Kirschling, G.:** Qualitätssicherung und Toleranzen. Berlin: Springer 1988
3. **DIN 7186, Teil 1:** Statistische Tolerierung – Begriffe und Anwendungsrichtlinien und Zeichnungsangaben. Berlin: Beuth 1974
4. **DIN 7186, Teil 2 (Entwurf):** Statistische Tolerierung – Grundlagen für Rechenverfahren. Berlin: Beuth 1980
5. **Klein, B.:** Prozeßgerechtere Konstruktion von Bauteilen durch statistische Tolerierung. Konstruktion 45 (1993) 176–184
6. **Klein, B.; Mannewitz, F.:** Statistische Tolerierung. Braunschweig: Vieweg 1993
7. **Mannewitz, F.:** Prozeßfähige Tolerierung von Bauteilen und Baugruppen – ein Lösungsansatz zur Optimierung der Werkstattfertigung im Informationsverbund zwischen CAD und CAQ. Diss. Univ.-GH Kassel 1994
8. **Autorenkollektiv:** Handbuch Programm simtol^{PC}. simteq, Kassel 1995
9. **Trumpold, H.; Beck, C.; Riedel, T.:** Tolerierung von Maßen und Maßketten im Austauschbau. Berlin: VEB Verlag Technik 1984

Anwendungen aus der Sicht des Herausgebers Mit der Festlegung von Toleranzen hat es der Konstrukteur bekanntlich in der Hand, bei Erfüllung der geforderten Funktionseigenschaften für eine kostengünstige Fertigung und Prüfung zu sorgen. Der Leser wird über die Möglichkeiten einer präventiven Toleranzoptimierung informiert, die nur noch mit Rechnerunterstützung vorgenommen werden kann.